

**UNIVERSIDADE DO EXTREMO SUL CATARINENSE – UNESC
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
MESTRADO EM EDUCAÇÃO**

DAIANA MATIAS DUARTE

**O ENSINO DO CONCEITO DE FUNÇÃO AFIM: UMA PROPOSIÇÃO COM BASE
NA TEORIA DE GALPERIN**

CRICIÚMA, 2011

DAIANA MATIAS DUARTE

**O ENSINO DO CONCEITO DE FUNÇÃO AFIM: UMA PROPOSIÇÃO COM BASE
NA TEORIA DE GALPERIN**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade do Extremo Sul Catarinense – UNESC, Estado de Santa Catarina, para a obtenção do título de Mestre em Educação, conforme estabelece o seu Regulamento.

Orientador: Professor Dr. Ademir Damázio

CRICIÚMA, 2011

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

D812e Duarte, Daiana Matias.
O ensino do conceito de função afim : uma proposição com
base na teoria de Galperin. / Daiana Matias Duarte ; orientador :
Ademir Damázio – Criciúma : Ed. do Autor, 2011.

92 f. : il. ; 30 cm.

Dissertação (Mestrado) - Universidade do Extremo Sul
Catarinense, Programa de Pós-Graduação em Educação,
Criciúma, 2011.

1. Matemática - Filosofia. 2. Formação de conceito.

Bibliotecária Eliziane de Lucca – CRB 1101/14^a -
Biblioteca Central Prof. Eurico Back - UNESC



UNIVERSIDADE DO EXTREMO SUL CATARINENSE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO, PESQUISA E EXTENSÃO
UNIDADE ACADÊMICA DE HUMANIDADES, CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO - MESTRADO

“O Ensino do Conceito de Função afim: uma proposição com base na Teoria de Galperin”

Dissertação submetida ao programa de Pós-Graduação em Educação em cumprimento parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação.

APROVADO PELA COMISSÃO EXAMINADORA EM 16/12/2011:

Prof. Dr. Ademir Damazio (Orientador - UNESC)

Profa. Dra. Ledina Lentz Rereira (Membro – UNESC)

Profa. Dra. Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes (Membro – UFSM)

Prof. Dr. Vidalcir Ortigara (Suplente – UNESC)

Prof. Dr. Gladir da Silva Cabral
Coordenador do PPGE-UNESC

Daiana Matias Duarte
Mestranda

Criciúma, SC, dezembro de 2011.

FUCRI - FUNDAÇÃO EDUCACIONAL DE CRICIÚMA (MANTENEDORA)

AGRADECIMENTOS

Registro meus agradecimentos a todos os que compartilharam o trilhar de mais esse caminho percorrido, contribuindo, direta e indiretamente, para que eu realizasse esta pesquisa, auxiliando-me e dando-me forças nos momentos em que mais precisei.

Ao meu orientador, professor e amigo, Prof. Dr. Ademir Damázio, pelas suas palavras de experiência acurada e estímulo, bem como pela confiança que depositou em mim, não medindo esforços em me fornecer total orientação. Sua maneira de nos ensinar com paciência, sabedoria e humildade, me faz admirá-lo ainda mais.

Aos meus pais José e Maria expresso os meus maiores agradecimentos pelo apoio e força em todos os momentos de minha vida. Vocês nunca pouparam esforços, para que eu pudesse estudar. Além do incentivo para que eu seguisse a carreira acadêmica.

Ao meu marido Renato que confiou em mim e me incentivou nesse trabalho. Com seu amor, com palavras ou mesmo em silêncio estive ao meu lado e soube me compreender. Obrigada Meu Amor!

Aos colegas e professores do Mestrado em Educação, por suas contribuições.

As minhas amigas Bete, Cinara, Graciane, Josélia e Jucélia pelos momentos de discussão, pelas contribuições e amizade.

Aos professores que participaram da banca de qualificação, Prof^a. Dra. Ledina Lentz Pereira e Prof. Dr. Vidalcir Ortigara, pela participação e contribuição para o aperfeiçoamento deste trabalho de pesquisa.

Aos componentes da Banca de defesa Prof^a. Dra. Ledina Lentz Pereira e Prof^a. Dra. Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes.

A todos, muito obrigada.

“Sem dúvida, a Matemática possui *problemas próprios*, que não têm ligação imediata com os outros problemas da vida social. Mas não há dúvida também de que os seus fundamentos mergulham *tanto como os de outro qualquer ramo da Ciência*, na vida real...”

(Bento de Jesus Caraça)

RESUMO

O presente estudo é expressão do pressuposto da teoria histórico-cultural de que o compromisso da escola é promover o processo de apropriação dos conceitos de matemática. Tem como principal teórico, Piotr Yakovlevich Galperin, com sua proposta pedagógica galgada no princípio psicológico de transformação da atividade externa em interna. Para tanto, o foco é o processo de ensino do conceito de função afim, com abrangência às significações do sistema conceitual dos três campos da Matemática: aritmética, geometria e álgebra. Trata-se de uma pesquisa qualitativa modalidade teórica, porém com função propositiva. Fundamentada na teoria de Galperin, foi organizado um sistema de tarefas com a intenção de propiciar a apropriação do conceito de função em foco. A questão de pesquisa é definida como sendo: Quais as operações necessárias para o desenvolvimento das ações materializada, verbal e mental da tarefa de assimilação do conceito de função afim? Para apresentar detalhadamente o movimento das etapas de assimilação da ação conceitual de função afim, serão apresentadas atividades que iniciam com a motivação, passa pela atribuição do professor de estabelecer e desenhar detalhadamente a organização da base orientadora da ação, e em seguida colocam o aluno em desenvolvimento de operações/situações nos três níveis (materializado, verbal e mental). Evidencia que desde as primeiras operações/situações a serem desenvolvidas em situação de ensino (para o professor) e estudo (para o aluno) orientam para a apropriação do modo geral, isto é, da essência do conceito. Dessa forma, trazem a ideia geral caracterizadora da Matemática - a grandeza - que se objetiva no próprio modelo geral da função afim. As operações/situações se confluem entre análise de situações na reta, do cotidiano, sequência de figuras, tabelas e gráficos. Cada uma delas é base para a transformação na outra, com a mediação do próprio sistema conceitual e do modo geral $y = ax + b$, com $a, b \in \mathfrak{R}$ e $a \neq 0$. No entanto, este não se apresentou pronto, em forma de definição a ser memorizada, mas produzido/apropriado no ir e vir entre as operações/situações.

Palavras-chave: Matemática. Função afim. Galperin. Ação. Apropriação.

ABSTRACT

The present study is an expression of the assumption of cultural-historical theory that the commitment of the school is to promote the process of appropriation of the concepts of mathematics. It has as main theoretical, Piotr Yakovlevich Galperin, who has a pedagogy based on the principle of psychological transformation of external into internal activity. The focus is the process of teaching the concept of affine function, including the meanings of the conceptual system of the three fields of mathematics: arithmetic, geometry and algebra. It is a theoretical qualitative research method, but with purposive function. Based on the theory of Galperin, a task system with the intention of providing the appropriation of the concept of function affine was organized. The research question is defined as: What are the operations required for the development of actions (materialized, verbal and mental) to assimilate the concept of affine function? To present in detail the movement of the action steps of assimilation conceptual of affine function, it will be presented activities that start with the motivation, pass by the assignment of the teacher and then place the student in developing operations / situations in three levels (materialized, verbal and mental). Thus, the general idea that characterizes mathematics is brought: the magnitude, which aims at the very general model of the affine function. The operations / situations may converge between analysis of situations on the line, everyday, sequence of figures, tables and graphs. Each of them is a basis for transformation in the other, mediated by the conceptual system itself and the general $y = ax + b$, com $a, b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$. However, this was not done as a way of setting to be memorized, but produced / appropriate during the operations / situations.

Keywords: Math. Affine function. Galperin. Action. Appropriation.

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO.....	9
1. A TRAJETÓRIA DA CONSTRUÇÃO DO OBJETO E PRENÚNCIOS DA PESQUISA.....	11
2. ORIENTAÇÕES METODOLÓGICAS	22
3. TEORIA DA FORMAÇÃO POR ETAPAS DAS AÇÕES MENTAIS	30
3.1 A teoria de ações mentais de Galperin	30
3.2 As Etapas de Assimilação na Teoria de Galperin	37
3.2.1 Etapa motivacional	38
3.2.2 Etapa de formação da base orientadora da ação (BOA).....	38
3.2.3 Etapa de formação da ação no plano material ou materializado.....	44
3.2.4 Etapa de formação da ação na linguagem externa	46
3.2.5 Etapa Mental da Ação.....	48
4. FUNÇÃO: CONSIDERAÇÕES CONCEITUAIS.....	51
5. PROPOSTA DE ENSINO PARA O CONCEITO DE FUNÇÃO AFIM COM BASE NA TEORIA DE GALPERIN	58
5.1 Etapa Motivacional.....	58
5.1.1 Operação motivadora referente à etapa materializada inicial de referência	59
5.1.2 Operação motivadora referente à etapa materializada em sequência de figura	61
5.2 A Base Orientadora da Ação	63
5.3 Etapa Materializada	65
5.3.1 Operação/situação materializada inicial de referência.....	65
5.3.2 Operação/situação materializada de expansão aos relativos.....	67
5.3.3 Operação/situação de estabelecimento da relação entre a posição da figura e o segmento correspondente.....	70
5.3.4 Operação/situação materializada da sequência inicial para b negativo (-b)	71
5.3.5 Operação/situação de estabelecimento da relação entre a posição da figura e o segmento correspondente para b negativo	73
5.3.6 Representação das funções no plano.....	73
5.3.7 Operação/situação de construção de gráficos de situações particulares com valores de a números inteiros e b números inteiros e fracionários	76
5.3.8 Operação/situação de construção de gráficos de situações particulares com valores de a números fracionários e b números inteiros e fracionários.....	76
5.3.9 Operação/situação materializada em sequência de figura ou situação do cotidiano	76
5.3.10 Operação/situação materializada em tabela.....	79
5.3.11 Operação/situação materializada em gráfico.....	81
5.4 Etapa Verbal	82
5.5 Etapa Mental.....	83

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	85
7. REFERÊNCIAS	90

APRESENTAÇÃO

Um olhar para as produções bibliográficas (artigos, teses e dissertações) instiga a necessidade de entender aquilo que insistentemente acompanha o cotidiano do professor de Matemática: a aprendizagem do aluno. Nelas, implícita ou explicitamente, se apresenta a busca pela “melhoria da qualidade do ensino”, o que conduz a uma necessidade de um novo “modo de organização do ensino” (RIBEIRO, 2011). Com tal intento, têm se apresentado diversas Tendências em Educação Matemática, cada qual com bases teóricas distintas.

O presente estudo se insere nesse movimento e traz como referencial a Teoria Histórico-Cultural, cujo precursor foi o psicólogo russo L. S. Vigotski. Porém, a referência maior é para um de seus continuadores P. Ya. Galperin com sua “teoria de assimilação por etapas”.

Diante do leque de temática de pesquisa, concernentes com as preocupações pessoais emergidas da prática docente, a opção foi estudar o processo de ensino do conceito de função afim. Dadas as circunstâncias e condições objetivas para a realização do estudo, a delimitação do seu objeto foi para a organização do ensino para o referido conceito, tendo como base teórica as cinco etapas do processo de assimilação conceitual, proposta por Galperin.

Para tanto, o presente texto, que expressa o referido estudo em si, está organizado conforme descrito a seguir:

Capítulo I – A trajetória da construção do objeto e prenúncios da pesquisa – que apresenta o processo de constituição da temática e o objeto de pesquisa. Justifica suas delimitações, bem como define o problema de estudo e os objetivos.

Capítulo II – Orientações metodológicas – traz o desenho metodológico tanto da pesquisa quanto de sua articulação com a própria base teórica da proposta de ensino para o conceito matemático em foco.

Capítulo III – Teoria da formação por etapas das ações mentais – em que é apresentada a base teórica da investigação. A ênfase é para os pressupostos da teoria e a caracterização das cinco etapas propostas por Galperin.

Capítulo IV – Função: considerações conceituais – traz o processo de constituição histórica do conceito de função. Tem como intenção o entendimento das

ideias gerais e de seus nexos conceituais para contemplá-las na elaboração da proposta de organização de seu ensino.

Capítulo V – A proposta de ensino para o conceito de função afim com base na teoria de Galperin – que apresenta em detalhe a proposição de uma organização do ensino do conceito matemático em foco. Descreve os procedimentos a adotar em cada etapa que leva a apropriação da ação conceitual.

Por fim, em Considerações finais, traz uma síntese que contempla o percurso da dissertação em todos os seus momentos. Porém, uma atenção maior se voltou para traduzir o movimento da organização do ensino para aquela especificidade conceitual, ao adotar a teoria de Galperin.

Vale esclarecer que as citações de textos em língua espanhola foram por mim traduzidas. Por isso, assumo a responsabilidade caso algum equívoco tenha ocorrido.

1. A TRAJETÓRIA DA CONSTRUÇÃO DO OBJETO E PRENÚNCIOS DA PESQUISA

Para quem teve a vida profissional basicamente marcada pela atividade docente, um tema e um objeto de pesquisa não surgiram de um momento para outro, nem de fatos isolados ou mesmo por acaso. Como professora de Matemática do Ensino Médio, tive a oportunidade de presenciar situações tanto rotineiras como também infrequentes de ações referentes ao processo de apropriação dos conceitos matemáticos. Qualquer movimento, gesto e expressões de cada estudante em sala de aula, transformavam-se em foco de observações e reflexões com vistas ao entendimento das razões de produzirem determinadas manifestações.

Como consequência, nascia um compromisso pedagógico: o planejamento das aulas ou, conforme palavras da linguagem corrente nos ambientes escolares, “preparava-me para iniciar um determinado conteúdo de ensino”. Entretanto, não se tratava de um ato pensado em único padrão de percepção do modo de ensinar e aprender matemática, pois o sistema educacional é marcado por contrariedades, entre elas, os modismos que, muitas vezes me impressionaram de forma equivocada. Tais modismos me levaram a pensar que estariam neles a solução imediata para superar, principalmente, os momentos em que os alunos se rebelavam em relação à disciplina ou a um dos seus conceitos estudados.

Vale salientar que os modismos pedagógicos se apresentaram, para mim, no cotidiano escolar com *slogan* de serem indicadores do caminho de excelência para o ensino. Como formas de suas manifestações, destaco algumas afirmações e interrogações que ouço nos ambientes educativos formais ou leio na literatura referente ao processo de ensino e aprendizagem: “o aluno precisa ser motivado para a aula”, “compete ao professor buscar novos métodos de ensino”, “o ponto de partida do processo didático é o cotidiano do aluno”, “o aluno precisa aprender aquilo que vai utilizar na prática”, “a aprendizagem deve ser significativa!”

Considero essas expressões como modismos pelas circunstâncias em que se apresentaram no processo de formação e no exercício da profissão de professor de Matemática. Primeiramente porque são recebidas sem o conhecimento de suas bases teóricas, e, conseqüentemente, de suas concepções de mundo e

educação, levando-me a pressupor que seu encantamento é desprovido de argumentos científicos. Isso faz com que tal fato pareça contraditório, pois minha preocupação é com cumprimento de um objetivo da escola que considero essencial: a apropriação, por parte dos alunos, dos conhecimentos científicos da Matemática. Em segundo lugar, porque elas negam tal fim ao focar a “corrida” das pessoas em busca da sobrevivência financeira, com a proposta de que só devemos aprender aquilo que for útil, isto é, se terá alguma validade profissionalmente.

A concepção utilitarista da Matemática se generalizou de tal forma que os próprios alunos se perguntam e, ao mesmo tempo, questionam-me insistentemente: “Para que servem essas contas?” ou, “Onde vou utilizar isso na prática?”. Essas interrogações provocaram-me um desprendimento de esforços para a produção de suas respostas que, inicialmente, surgiram em formas de perguntas: “Existem diferentes matemáticas sendo designada cada uma para uma profissão diferente?” Por que não se questiona a utilidade ou não dos conteúdos de outras disciplinas, como por exemplo, na Língua Portuguesa, os verbos, seus modos, tempos, conjugações, e na Geografia, os rios e seus afluentes?

Com o tempo, tais perguntas soavam muito mais como um revanchismo às proposições modistas do que uma explicação que fizesse tanto eu quanto os alunos refletirem sobre a necessidade premente de particularizações dos conteúdos matemáticos ou de suas aplicações. Por isso, recorri à literatura proposta nas disciplinas de Filosofia de Matemática e Didática do curso de licenciatura – até então, por mim, não muito valorizadas – como forma de apoiar-me do entendimento das razões que levaram à construção da concepção utilitarista. Essa concepção, segundo Cardoso (2007), também é enfatizada por dirigentes e professores, com a ideia de que o conhecimento matemático tem uma natureza empírica, com a impressão de ser um objeto físico palpável e visível. Para aprendê-lo, basta usar os sentidos como a visão e o tato.

Da Filosofia da Matemática (BARKER, 1970; KORNER, 1985), pude elaborar a síntese de que o conhecimento matemático, em sua fase inicial teve vínculos com as necessidades imediatas e cotidianas do homem. No entanto, a partir dos gregos, principalmente, com Euclides, a Matemática se formaliza por meio de elementos completamente abstratos, desvinculados da realidade imediata. Contudo, passa por diversas crises em relação à consistência de seu método, da validade dos seus axiomas e teoremas, bem como das demonstrações de suas

verdades. Em conseqüência disso, no início do século passado, surgem três correntes filosóficas que se digladiam entre si sobre o método da Matemática: o Formalismo, o Logicismo e o Intuicionismo. Porém, essas correntes traziam algo em comum que era o apriorismo do conhecimento matemático, com a rejeição a qualquer possibilidade empírica.

Da Didática, foi fundamental o estudo das Tendências em Educação Matemática, que deu subsídios, apoiados em Fiorentini (1995), para perceber que a valorização do conhecimento relacionado com a prática surge em oposição às Tendências Formalistas (Clássica e Moderna), como também à Tecnicista. Assim, vale citar duas tendências: Empírico-ativista e Socioetnocultural. A primeira, entre outras alternativas metodológicas, propõe as situações do cotidiano do aluno como indispensáveis para tornar o ensino e a aprendizagem mais agradáveis e prazerosos. A segunda, conforme Fiorentini (1995), filia-se a duas correntes: a Etnomatemática – cujo precursor é o educador matemático brasileiro Ubiratã D'Ambrosio, que defende a valorização do conhecimento característico de um determinado grupo cultural no ensino da Matemática; e a Pedagogia Libertadora de Paulo Freire – que atribui à educação o papel de formação da consciência crítica do educando, por isso, o conteúdo escolar deve estar ligado diretamente à realidade concreta dele, isto é, extraído da prática social.

Se essas duas tendências foram mal interpretadas, o inegável é que elas tiveram sua contribuição para a valorização do conhecimento relacionado à prática, o que entendo ter subsidiado para o esvaziamento do próprio conteúdo matemático. Porém, os estudos que tenho empreendido, sobretudo nas disciplinas do Mestrado em Educação, têm contribuído para afilar-me à concepção de Educação Matemática expressa por Fiorentini e Lorenzato (p. 3, 2007),

O *educador...* tende a conceber a matemática como um meio ou instrumento importante à formação intelectual e social de crianças, jovens e adultos e também do professor de matemática do ensino fundamental e médio e, por isso, tenta promover uma educação *pela* matemática.

No entanto, trago como pressuposto de que o compromisso de educar pela matemática requer a compreensão de que ela tem sua especificidade. Os conceitos que a caracteriza são aqueles que historicamente a humanidade produziu com a qualidade de ser científico. Com isso, não quero dizer que os conceitos cotidianos dos alunos sejam descartados do processo pedagógico escolar. Pelo

contrário, o que não defendo é a sua supervalorização, em detrimento do conhecimento matemático em seu mais alto nível de sistematização, apesar de entender que eles se caracterizam como um estágio de elaboração e de compreensão conceitual que requerem uma leitura com base no pensamento científico.

Isso significaria dizer que no contexto de educar pela matemática, entra em cena o processo de ensinar e aprender os seus conceitos científicos e estabelecer vínculos com os conceitos cotidianos. Por extensão, explicita-se o questionamento: Em que condições ocorre o processo de aprender e ensinar os referidos conceitos?

Foi por esse caminho, então, que decidi aprofundar o estudo de proposições educacionais que destacam a valorização do conhecimento em nível conceitual científico. Para tanto, a base foi a abordagem histórico-cultural, tendo a referência em Vigotski¹ e Leontiev, no que diz respeito à teoria da atividade, com destaque para um de seus colaboradores, Piotr Yakovlevich Galperin, com sua proposta pedagógica de transformação da atividade externa em interna.

Os estudos de Vygotski (1993) têm destacado a importância e a diferença entre dois conceitos: o cotidiano e o científico. Há entre eles, no processo de desenvolvimento, um movimento contrário de ascendência e decesso, pois com a elaboração de um conceito científico, suas significações propiciam a ressignificação dos conceitos cotidianos.

Na perspectiva Vigotski (2001), os conceitos são sistemas de relações e generalizações determinadas pelo processo histórico-cultural. Caracteriza-se como uma forma de aprender e organizar a realidade, um meio específico e original de pensar, um ato de abstrair, generalizar e retratar o objeto no nível mais evoluído.

Os conceitos espontâneos são desenvolvidos nas relações da vida cotidiana sem necessidade de processo educativo escolarizado, o que significa dizer que a sua aquisição ocorre em qualquer período de desenvolvimento do indivíduo. Os conceitos científicos são formados no contexto escolar, isto é, em ação de aprendizagem intencional e consciente. O movimento de ascensão dos conceitos cotidianos em direção aos científicos ocorre no processo de aprendizagem que, por sua vez, adianta-se ao desenvolvimento.

¹Usarei a escrita Vigotski para referir-se à sua teoria. Porém, nas citações, no decorrer do trabalho a mesma será apresentada de acordo com a obra referenciada.

Porém, os verdadeiros conceitos, para Vygotsky (2001), são os científicos, cuja elaboração, por parte dos indivíduos, ocorre em situação de ensino e aprendizagem escolar e têm como característica o alto nível de abstração e generalização. Desse modo, Moysés (1997) alerta sobre a precaução ao se estabelecer a relação entre os dois tipos de conceitos:

O processo de relacionar o conceito espontâneo que o aluno traz com o conceito científico que se quer que ele aprenda exige de quem ensina uma compreensão dos diferentes significados que os conceitos – tanto os espontâneos quanto os científicos – têm para o aluno. Exige, também, que o docente perceba quais são os seus contextos, quais são os sentidos nos quais eles estão sendo empregados. (p. 38.)

No entanto, aprendizagem e desenvolvimento não requerem somente a atenção à relação entre ambos os conceitos. Ao partir do pressuposto de que o papel da escola é oportunizar aos estudantes a apropriação dos conceitos científicos, também se faz necessário que se esteja atento às conexões e aos nexos internos entre eles. Como cita Vigotski (1995), um conceito nunca se apresenta sozinho, mas inter-relacionado com outros, o que se constitui um “sistema de conceitos”. Assim, por exemplo, o conceito matemático de ‘função’ não tem uma existência isolada em si, mas articulada a outros, como os conceitos de variável, equações, conjuntos, ponto, domínio, imagem.

Na relação entre desenvolvimento e aprendizagem que ocorre no processo de apropriação de conceitos científicos, Vigotski (1993) destaca como fundamental a observância das possibilidades dos alunos e adota o conceito de “zona de desenvolvimento proximal” (ZDP), que pode ser definida como a distância entre os níveis de desenvolvimento potencial e real, revelando as condições dos alunos em realizar suas ações com auxílio de outra pessoa ou de forma independente. Vygotsky (1993, p. 97) assim define zona de desenvolvimento proximal:

A distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes.

Essa definição é indicadora da necessidade de um processo interativo que envolva o professor e o aluno em situação escolar e também traz à tona a

relação entre aprendizagem e desenvolvimento. Para o autor, é durante o aprendizado que se constitui a Zona de Desenvolvimento Proximal, ocorrendo, conseqüentemente, um despertar de vários processos internos de desenvolvimento, que só operam se o estudante interagir com pessoas em seu ambiente escolar. Esses processos, ao serem internalizados, constituem-se em aquisições do desenvolvimento independente.

Assim sendo, aquilo que caracteriza o desenvolvimento potencial em um processo de ensino e aprendizagem passa a ser real, no momento em que o estudante executa de forma independente as operações da atividade de estudo. Isso requer, por parte do professor, segundo Moysés (1997), a identificação da constituição ou não da zona de desenvolvimento proximal na execução das tarefas que ele propôs aos alunos. Só assim, terá condições de lançar perguntas e indicações de procedimentos que conduzirão à apropriação de significações do conceito e à aprendizagem.

É principalmente no processo de apropriação de conceito matemático que reside a maior bagagem de preocupação ao refletir sobre a minha prática pedagógica e daqueles professores que compartilham os mesmos espaços de trabalho e formação docente. Contribui para esse estado particular de apreensão, o estudo da literatura que trata das proposições didático-metodológicas em Educação Matemática. No contato com elas, foi possível entender concepções antagônicas e ecléticas em relação ao tipo de conhecimento que compete à escola promover para os alunos. Assim, vale salientar que há propostas ou tendências que supervalorizam os conceitos cotidianos, outras que se voltam exclusivamente para os conceitos científicos e, ainda, aquelas que defendem posição intermediária.

Entretanto, carrego comigo uma expectativa ou esperança que me levou à opção em cursar a Licenciatura em Matemática, a Especialização em Educação Matemática e o Mestrado em Educação: a de que os alunos tenham oportunidade de apropriar-se do conhecimento matemático em maior nível de elaboração pela humanidade. Porém, o seu modo de apropriação no contexto escolar não pode ocorrer por processos pedagógicos que priorizam procedimentos de memorização por repetição passiva, sem apropriações de significações com a formação do pensamento conceitual.

Tratar em uma pesquisa de dissertação de mestrado do processo de formação do pensamento conceitual concernente à disciplina escolar de Matemática

abre um leque de possibilidades ao se considerar os conteúdos de ensino indicados nos documentos oficiais (Proposta Curricular de Santa Catarina e Parâmetros Curriculares Nacionais) e nos livros didáticos. Por isso, como pesquisadora, tive que fazer a opção por um conceito matemático para ser a referência do estudo, o que me exigiu adoção de critério de escolha.

Por estar imersa no contexto atual do ensino da Matemática, uma reflexão empírica do processo de aprendizagem levar-me-ia à opção de que qualquer conceito matemático serviria como objeto de estudo. Afinal, os desafios a enfrentar, no que diz respeito aos alunos são, com raras exceções, com todos os conceitos matemáticos. Bastava, pois, escolher um deles que se constituiria em objeto de estudo. Porém, o esforço foi para discernimentos de ordem epistemológica e pedagógica. Por isso, elegi o processo de ensino do conceito de função afim. Uma das razões é seu teor abrangente de significações, além de abarcar os três campos conceituais da Matemática: aritmética, geometria e álgebra. Forma, pois, um “sistema conceitual” (VYGOTSKI, 1993) em que se interligam os conceitos: variável, relação, domínio, imagem, contradomínio, comportamento da função, conjuntos numéricos, par ordenado, ponto, reta, segmento de reta, coeficiente angular e linear. E, dependendo do enfoque metodológico de ensino e aprendizagem, acresce outros conceitos, como: sequência numérica, perímetro, operações (adição, subtração, multiplicação e divisão).

Outra razão dessa escolha diz respeito às suas exigências no processo de aprendizagem em sua especificidade algébrica. Como normalmente ele é desenvolvido nas escolas posteriormente às equações e expressões algébricas, o conceito de função tem características peculiares que requerem a atenção. Uma delas é o significado das letras que deixam de ser incógnitas (equações) ou variáveis livres (expressões algébricas) para serem duas delas em relação de dependência de uma com a outra. Nesse sentido, vale recorrer à afirmação de Caraça (1984, 129) que revela que “o conceito de função aparece-nos, no campo matemático, como um instrumento próprio para o estudo das leis”. A implicação existente na relação $y = f(x)$, em que para qualquer valor de x tem um e somente um valor de y , é considerada pelo autor como “a força latente que este novo instrumento traz em si”.

Além disso, conforme Usiskin (1994, p.21), é de grande importância o papel da ideia de função no estudo da álgebra, pela sua peculiaridade de estudo de

relações entre quantidades. Nesse caso, “a variável se manifesta predominantemente como argumento”, diferentemente, de outras concepções de álgebra como, por exemplo, aritmética generalizada, em que a variável é usada como generalizadora de modelo; ou como provedora de meios para a resolução de problemas, cuja variável assume o papel de incógnita, constante.

Com base nas minhas experiências profissionais, pressuponho que essas especificidades do conceito de função não são tão simples de serem apropriadas pelos estudantes em sua apresentação inicial. Os esforços diários e contínuos, desprendidos para que os alunos aprendam matemática têm me instigado a incipientes alternativas didáticas para fugir da rotina que marcou o meu convívio de ensino e aprendizagem com o referido conceito, qual seja: apresentação da definição; representação em dois diagramas inter-relacionados com flechas com ilustrações indicativas da ideia de domínio, imagem e contradomínio; para finalmente, depois de exercícios repetitivos, ser apresentada a representação gráfica. Desse modo, é colocada em segundo plano a abordagem com ideia de relação entre duas grandezas ou duas variáveis, por conseguinte, se dá ênfase somente para as duas formas de representação.

Foi, então, que tive algumas iniciativas esporádicas de iniciar o ensino de funções por meio de situações problemas e a impressão que eu tinha era que os alunos “aprendiam mais”. E, muitas vezes, questionei-me: Eles realmente estão aprendendo mais? Por quais parâmetros e critérios é possível dizer que os alunos aprendem mais? Que ações didáticas podem ser propostas aos alunos para que desenvolvam o pensamento conceitual de função?

Nesse sentido, a trajetória acadêmica em nível de pós-graduação foi decisiva para esclarecermos que a resposta a tais questionamentos não são simples e, acima de tudo, depende do posicionamento teórico adotado no processo educativo. Assim, é que passei a estudar a teoria histórico-cultural, impulsionada pela aproximação com seus princípios concernentes à concepção de homem, de sociedade e, por extensão, de educação e aprendizagem.

Essa base teórica de matriz materialista dialética e histórica tem em Vygotski sua principal referência e o marco temporal inicial as décadas de 1920 e 1930. Tal perspectiva teórica parte da tese de que os processos mentais humanos estão intimamente ligados aos meios e aos métodos sócio-históricos que se formam e se transmitem na atividade cooperativa e nas interações sociais.

No presente estudo, a referência é a Teoria da Atividade, cujas primeiras elaborações se devem a Vygotski. Esse autor define atividade humana como o processo mediador da relação entre o homem e a realidade a ser transformada por ele. No entanto, ideias de Vygotski demandaram desdobramentos a partir de seus próprios colaboradores e continuadores contemporâneos - Lúria, Leontiev, Rubinstein e outros – e de gerações seguintes de pesquisadores - entre eles Galperin, Talizina, Davidov que aprofundaram os pressupostos referentes à Teoria da Atividade.

Leontiev (1978) destaca que a atividade une o homem com a realidade e, nessa relação, desenvolve sua consciência. O ser humano se relaciona voluntaria e intencionalmente com o mundo, mediada por instrumentos, para atingir determinados fins. Desse modo, a estrutura de atividade emerge da relação do homem com o mundo que cria as condições sociais e as interações delas decorrentes. Para Leontiev (1978, p. 268), no processo de apropriação dos objetos ou fenômenos produzidos no desenvolvimento histórico “é necessário desenvolver em relação a eles uma atividade que reproduza, pela sua forma, os traços essenciais da atividade encarnada, acumulada no objeto.” Leontiev (1978) analisa a teoria da atividade humana com sua estrutura: componentes principais (sujeito, objeto, motivos e objetivos) e as relações funcionais que se estabelecem entre eles. A atividade, portanto, é concebida como um sistema de ações e operações que o sujeito realiza sobre o objeto, em inter-relação com outros sujeitos.

Vygotski e Leontiev não se ativeram às formas de transformação da atividade externa em interna, isto é, o processo de internalização de novos conhecimentos e habilidades. Tal questão se tornou objeto de estudo de Piotr Yakovlevich Galperin, que também a traduziu para o sistema de ensino. Para Talízina (1988) a teoria de Galperin é uma base psicológica adequada para a direção científica dos processos de ensino.

Galperin estudou detalhadamente as etapas da formação da atividade externa em interna, além de explicar como ocorre a assimilação de um conhecimento. Na opinião de Núñez (2009, p.93),

Galperin elaborou um dos estudos mais detalhados a respeito das etapas de formação da atividade interna com base na externa e do papel de cada um dos momentos funcionais da atividade-orientação [...]. A teoria de Galperin porta uma contribuição metodológica científica importante para a atividade de ensino, ao explicar que a assimilação do conhecimento ocorre

em etapas fundamentais de sua formação, no sentido da passagem do plano da experiência social para o da experiência individual.

Em sua teoria da formação por etapas das ações mentais, Galperin (1957) aponta cinco etapas qualitativas, quais sejam: formação da base orientadora da ação, formação da ação no plano material ou materializada, formação da ação na linguagem externa, conversação para si e, por último, ação no plano mental.

Essas etapas, conforme Talízina, podem ser antecedidas por uma etapa motivacional que se vincula ao processo de aprendizagem antes da assimilação do conhecimento. É nela que os alunos desenvolvem o despertar para a execução das tarefas de estudo que levarão à aprendizagem. A primeira etapa, caracterizada como formação da base orientadora da ação, constitui no modelo de atividade, um projeto de ação e, sendo assim, reflete todas as partes estruturais e funcionais da atividade (orientação, execução e controle). A segunda, denominada formação da ação na forma materializada, o que requer uma representação do objeto de estudo. Nessa etapa, o cuidado é para não fantasiar com imagens e gráficos o objeto de estudo, mas instigar os aprendizes ao máximo para que destaquem e assimilem a essência do conceito. Na terceira etapa, chamada de formação da ação na linguagem externa, o estudante realiza a ação de forma independente, em silêncio, de modo que suas operações são executadas de forma consciente. Na quarta, ocorre a conversação para si, com precisão no desmembramento verbal e conceitual. Já na quinta, a formação da ação, deve ocorrer a máxima generalização e síntese durante a execução das operações. Desse modo, a nova ação se transforma de material a mental, de não generalizada a generalizada, num processo de síntese em forma detalhada ou abreviada, com incremento gradual da independência dos alunos e um sentido consciente da teoria e prática na direção da automatização (TALÍZINA, 1984, p. 210).

É, pois, com fundamento na teoria de Galperin, que organizei um sistema de tarefas com a pretensão de propiciar a apropriação do conceito de função do primeiro grau, por parte dos estudantes do ensino fundamental. Assim, a questão de pesquisa é definida como sendo: **Quais as operações necessárias para o desenvolvimento das ações materializada, verbal e mental da tarefa de assimilação do conceito de função afim?**

Outras questões decorrentes do problema são formuladas, cuja produção das respostas entendo que dimensionam a análise do problema de pesquisa propriamente:

P₁: Quais os nexos entre as operações em cada uma das etapas proposta pela teoria de Galperin?

P₂: O que determina a indicação da passagem de uma etapa para outra?

P₃: Em que se diferenciam as operações a serem desenvolvidas em cada uma das etapas?

Desse modo, o objetivo geral da pesquisa é desenvolver uma sequência de tarefas particulares que leve o estudante à assimilação do conceito de função afim, tendo por base na teoria de Galperin.

Além disso, constituem-se como objetivos específicos:

- Elaborar um sistema de operações concernentes ao processo de apropriação do conceito de função afim, com base no referencial teórico;

- Determinar os nexos entre as operações de cada etapa do processo de formação conceitual proposto no referencial teórico.

A intenção, portanto, foi a organização de um sistema de operações/situações, de modo a esclarecer e compreender o processo de ensino do conceito de função afim, de acordo com os estudos de Galperin e da sua Teoria da Formação por Etapas das Ações Mentais.

No capítulo a seguir, apresento as orientações metodológicas que propiciarão o alcance da finalidade do estudo.

2. ORIENTAÇÕES METODOLÓGICAS

No presente capítulo, trato do modo como orientei a organização da pesquisa, retomando o contexto da própria base teórica que fundamenta o estudo para não perdê-la de vista e, conseqüentemente, trazer seus fundamentos para o próprio método. Em seguida, faço a caracterização da pesquisa e, finalmente, os procedimentos metodológicos.

A pretensão de discutir a Teoria de Assimilação por Etapas de Galperin em uma disciplina curricular, Matemática, remete à base teórica que sustenta a proposição do referido autor: a Psicologia Histórico-Cultural. Esta, tem Lev S. Vygotski como precursor que traz para a Psicologia os fundamentos da mesma matriz que deu os princípios da Revolução de 1917, na Rússia: o materialismo histórico e dialético. Insere-se, pois, num contexto de transformação social de relações pertinentes ao modo de produção capitalista para socialista. Trata-se, então, de uma Psicologia que surge articulada com o processo de construção de uma nova sociedade e de um novo homem. Conseqüentemente, surgia uma vinculação ao processo educativo a requerer o sistema de ensino concernente aos propósitos da Revolução.

No âmbito desse movimento de constituição de uma nova ordem social, é que Vigotski, Leontiev, Lúria, entre outros, debruçam-se em estudar como objeto da psicologia a formação do psiquismo decorrente da atividade tipicamente humana. Ou seja, a atividade passa a ser a centralidade para o estudo de desenvolvimento do psiquismo. Conforme Davidov (1988, p. 27):

A categoria filosófica de atividade é a abstração teórica de toda a prática humana universal, que tem um caráter histórico-social. A forma inicial de atividade das pessoas é a prática histórico-social do gênero humano, isto é, a atividade laboral coletiva, adequada, sensório objetual, transformadora, das pessoas. Na atividade se expressa a universalidade do sujeito humano.

Conforme mencionado, Vigotski foi o primeiro a anunciar a atividade como elemento de estudo da Psicologia. Isso se revela ao adotar o pressuposto materialista histórico e dialético de que o homem se constitui a partir da sua vida social, histórica e cultural. Em outras palavras, a consciência se forma num

movimento do externo ao interno mediatizado pelas relações sociais, pela atividade. O pressuposto é de que existe uma unidade dialética entre consciência e atividade. Foi a partir dessas premissas que Leontiev desenvolveu a teoria da atividade, como objeto de investigação para explicar o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. Para Leontiev (1978, p. 22):

É a análise da atividade o que constitui o ponto decisivo e o método principal do conhecimento científico do reflexo psíquico, da consciência. No estudo das formas da consciência social está a análise da vida cotidiana da sociedade, das formas de produção próprias desta e do sistema de relações sociais; no estudo da psique individual está a análise da atividade dos indivíduos nas condições sociais dadas e nas circunstâncias concretas que é dado a cada um deles.

Como objeto da psicologia, a atividade é considerada a unidade central que orienta a vida do indivíduo. Esse estudioso elabora a tese de que a atividade psíquica interna do homem traduz uma atividade externa e materializada, que passa a ser um princípio metodológico fundamental da psicologia histórico-cultural da unidade da atividade e a psique (LEONTIEV, 1978).

Nas nuances não tratadas por Vigotski e Leontiev está o processo de internalização da atividade externa em interna, que se constituiu em objeto de estudo de Galperin. Suas preocupações teóricas ocorreram como consequência das divergências de opiniões presentes no âmbito da pesquisa em Psicologia. Sua referência crítica foi: 1) os métodos de “cortes” (etapas) que possibilita a constatação apenas do nível atingido pela criança; 2) o método da determinação da zona de desenvolvimento próximo, que não eliminou a deficiência de princípio, mesmo com avanços ao indicar as diferenças entre os resultados obtidos pelo sujeito na execução autônoma de tarefas e aqueles obtidos com ajuda (GALPERIN, 1987).

Os resultados obtidos permitiam apenas que se traçassem a trajetória seguida pelo desenvolvimento intelectual, no entanto, não explicavam tanto as forças motrizes, quanto as razões que o levam a ele e não a outro. Dependendo das circunstâncias, era possível formular algumas ideias, como por exemplo, o antagonismo entre os pressupostos de Vigotski de que o ensino adianta e conduz o desenvolvimento e de Piaget para quem o desenvolvimento ocorre espontaneamente e é premissa para um ensino eficaz.

Essas divergências são indicadoras da importância do método ao se estudar o desenvolvimento intelectual da criança, contexto de formulação do que

“geralmente é conhecido como o método de formação por etapas das ações mentais” (GALPERIN, 1987, p.126).

Talízina (1988) considera a teoria de Galperin como pioneira da investigação psicológica da própria atividade psíquica, além de constituir-se em instrumento para a estruturação de suas formas e tipos. Sua grande contribuição foi a transformação da investigação da gênese das ações mentais em método de pesquisa da atividade psíquica. Esta é focada a partir das ações das quais se compõe. Portanto, não se atém somente às teses gerais sobre a atividade e a enfatizar a ação como unidade psíquica.

Sua importância não fica restrita somente ao campo de pesquisa da Psicologia. Como diz Talízina (1988), trata-se de uma base primordial com fundamentos científicos para os processos de ensino. Em outras palavras, traz uma contribuição metodológica científica para a atividade de estudo com o entendimento de que o conhecimento é assimilado (apropriado) em etapas de formação que ocorre do plano da experiência social externa para a individual.

Isso significa dizer que, para Galperin, o processo de estudo é considerado uma atividade. Como tal, responde a uma necessidade que, para satisfazê-la, dirige-se ao objeto que a impulsiona e a dirige ao sujeito. Também requer uma análise como um sistema completo de resolução de tarefas. Com esse entendimento, Talízina (1988) diz que o estudo só representa uma atividade se satisfazer uma necessidade cognitiva. Se assim for, o conhecimento em processo de assimilação se constitui em motivo e objetivo. Se o aluno não tem essa necessidade, não estudará. E, caso estude, é para satisfazer outra necessidade, o que se descaracteriza como uma atividade e se trata apenas de uma ação de outra atividade, pois a assimilação dos conhecimentos não conduz à satisfação da necessidade.

Na atividade, expressa-se a universalidade do sujeito humano e, como modo geral, se apresenta nas atividades particularidades e suas singularidades, como por exemplo, no ensino e no estudo (DAVIDOV, 1988).

Galperin (1957) analisa o processo de formação de conceito no âmbito da atividade e das ações a ele relacionadas. As condições de assimilação de tais ações não são consideradas como algo espontâneo, mas ocorre por um direcionamento, cuja organização acontece previamente. Para ele, toda ação é caracterizada pelas variações de seu objeto e pelo resultado que conduz. A ação mental, etapa final do

processo de assimilação de um conceito, se diferencia igualmente pela variação determinada e dirigida a um fim de seu objeto. Nesse caso, tanto o objeto quanto sua variação é mental.

Por assimilação, Galperin (1959) entende a apropriação do objeto do conhecimento. Está relacionada com o programa e suas etapas de realização da ação, que representam os níveis de transformação do referido objeto em algo próprio do sujeito em processo de aprendizagem. Em outras palavras, “significa fazer algo mais próprio” (GALPERIN, 1957a). Trata-se, então, não só do conceito em si, mas da ação necessária para assimilá-lo. Por extensão, a aprendizagem é considerada uma atividade que tem como resultado a formação, no sujeito, de novos conhecimentos, habilidade e hábitos. Ou, ainda, proporciona a aquisição de novas qualidades no que ele tinha desenvolvido.

O trabalho e a proposição teórica de Galperin, ao fornecer expressiva contribuição ao ensino, também se traduz na base metodológica do presente estudo. A referência é o processo de assimilação do conhecimento matemático com atenção ao movimento das etapas que se expande da experiência social a individual.

Tal opção é consequência das reflexões propiciadas pela preocupação em relação ao aprendizado dos alunos frente ao conhecimento matemático. A presença constante em sala de aula direcionava para inquietações sobre as formas do aluno se apropriar dos conceitos da Matemática estabelecidos pelo currículo escolar.

Entre as alternativas de novas possibilidades, vale citar o ensino do conceito de função afim, tendo como ponto de partida a análise de situações do cotidiano. As intervenções orientadoras centravam-se em: leitura da situação problema, identificação das grandezas que se transformavam em variáveis (dependente e independente), a lei de formação da função, a construção e análise do gráfico. Desse modo, ocorria um envolvimento dos três campos da Matemática: álgebra, aritmética e geometria.

Mesmo com a observação de que os alunos participavam das discussões e adquiriam noções do conceito, algumas questões ainda se apresentavam. Por exemplo: De que maneira ocorre a apropriação dos conceitos matemáticos por parte dos educandos? Como as significações, os conceitos cotidianos ascendem ao nível

científico? Quais ações devemos tomar como base para o estudante elevar seu conhecimento ao nível mental?

Essas interrogações foram propulsoras do interesse para explicá-las, em conformidade com a Teoria de Assimilação de Galperin, por se tratar de um estudo sobre o processo de ensino de um conceito matemático, isto é, a organização de ações a ser internalizadas na atividade de estudo pelos alunos.

A investigação centra-se na determinação das tarefas, ações e operações de ensino do conceito de função polinomial do primeiro grau, mais precisamente o estudo da função afim. Ao focar uma proposição de ensino, a partir de uma determinação teórica, caracteriza-se como pesquisa qualitativa.

Triviños (1987) expõe a dificuldade de definir a pesquisa qualitativa dada a sua abrangência e ramificações com posicionamentos teóricos distintos. No entanto, para justificar a opção na presente pesquisa, a referência foi sua afirmação:

Não obstante o pesquisador inicie sua investigação apoiado numa fundamentação teórica geral, o que significa revisão aprofundada da literatura em torno do tópico em foco, a maior parte neste sentido, do trabalho se realiza no processo de desenvolvimento do estudo. A necessidade da teoria surgirá em face das interrogativas que se apresentarão. (TRIVIÑOS, 1987, p. 131).

Assim, para orientar a elaboração da proposta de ensino do conceito de função afim, recorri à literatura pertinente, isto é, a teoria de Galperin, o que se delinea o estudo na modalidade de pesquisa bibliográfica. Esta se prende ao universo de trabalhos teóricos que, no presente estudo, refere-se ao campo da Psicologia Pedagógica desenvolvida na Rússia. Por não existir a literatura em língua portuguesa, tomo por base a seguinte bibliografia em língua espanhola:

1) quatro capítulos de livros de autoria e co-autoria do próprio Galperin (GALLPERIN, P. Y; TALYZINA, N. F., 1967; GALPERIN, P. Y. 1986; GALPERIN, P. Y., 1987a; GALPERIN, P. Y., 1987);

2) artigos de periódicos (GALPERIN, P. Y., 1957a; GALPERIN, P. Y. 1957; GALPERIN, P. Y., 1959);

3) estudos de Talizina, por ser colaboradora e responsável pela continuação dos estudos de Galperin (TALIZINA, N. F., 1984; TALÍZINA, N. F., 1988; TALIZINA, N. F., 2001).

Na determinação das tarefas e ações concernentes à organização do ensino – por extensão do programa de apropriação por parte dos alunos – do conceito de função, foram observados alguns princípios gerais, estabelecidos em consonância com a teoria de Galperin:

- o caráter ativo do ensino, isto é, o estudante se envolve no processo de apropriação do conceito não de forma receptiva de informações, mas executa as operações de ensino propostas, que expressam as condições da origem do conceito;

- a assimilação do conceito, em todas as suas etapas de execução (material, verbal e mental) contemplam de antemão o seu modo geral e abstrato e, a partir de então, se expandem e se apresentam em situações mais particulares; o que requer a tradução da origem dos conceitos e se vincula ao movimento dialético de ascensão do abstrato ao concreto;

- o movimento segue, gradativamente e em tempo próprio, das ações materializadas ao plano mental; porém, de forma tal que descubra e contemple o teor conceitual genérico (no conceito de função afim, a regularidade peculiar da relação entre grandezas variáveis).

A determinação da tarefa e elaboração do sistema de ações e respectivas operações para o ensino do conceito de função afim atendeu às etapas da Teoria de Assimilação de Galperin: Etapa Motivacional, Etapa da Base Orientadora da Ação, Etapa Materializada, Etapa Verbal e Etapa Mental.

Em cada etapa foram indicados procedimentos de ordem conceitual e operacional que conduzirão o processo de apropriação das ações do conceito de função afim, por parte dos estudantes.

No que diz respeito à Etapa Motivacional a atenção voltou-se para recomendação de algumas operações passíveis de serem adotadas pelo professor e propostas aos alunos. No entanto, faz a indicação prioritária que o desenvolvimento de algumas operações prévias traz contribuição para apropriação do modo geral do conceito matemático abordado.

Sem desprezar as demais, o esforço maior foi para a etapa da base orientadora da ação, por exigir os mínimos detalhes de todo programa: tarefa, ações e operações. Trata-se, conforme Galperin (1957), de uma representação antecipada da tarefa e seu sistema de orientação que se fazem necessárias para levá-las a

efeito no processo de apropriação conceitual. Diz respeito, pois, de um plano da futura ação e, como tal, é a base de sua direção.

A Base Orientadora da Ação possui características próprias que são subdivididas em: Característica da base orientadora segundo seu caráter generalizado (Concreta ou Generalizada); Característica da base orientadora segundo a plenitude (Incompleta ou Completa) e Característica da base orientadora segundo o modo de obtenção (Elaborada ou Preparada). De acordo com Talízina (1988), existem oito tipos de bases orientadoras pesquisadas pelos estudiosos russos. No próximo capítulo, apresentaremos com mais detalhes as caracterizações de cada uma delas, ao aparecer no contexto das cinco etapas de assimilação de Galperin.

Entretanto, por ser aquela que Gallperin (1967) entende sendo a que melhor atende aos seus princípios educacionais, nossa opção foi por uma base orientadora do tipo III. Conforme Galperin (1959), a aprendizagem pelo terceiro tipo de BOA consta de três partes: análise geral, aplicação a uma dada situação, formação da ação especial com execução da situação.

A análise geral, do presente estudo, diz respeito ao olhar para o essencial/geral da própria Matemática. Nesse sentido, tanto Galperin, Zaporózhets e Elkonin (1987) quanto Davidov (1988) consideram as “grandezas” e as suas relações como sendo elemento geral caracterizador da Matemática. Esses autores entendem que o grande desafio da educação atual é organização do ensino que atenda o cumprimento de tal desafio, desde o primeiro ano escolar.

O problema central que precisa ser resolvido na estruturação do programa de matemática para os graus primários da escola é fazer com que os estudantes descubram a grandeza como propriedades dos parâmetros físicos dos objetos materiais e a passagem aos tipos de relações possíveis entre as grandezas e suas determinações quantitativas, isto é, o trânsito às principais relações matemáticas. (GALPERIN, ZAPORÓZHETS e ELKONIN, 1987, p. 311).

Em concordância com tal proposição, na presente pesquisa, é entendido como tarefa principal de estudo aquela proposta pela Abordagem Histórico-Cultural: a apropriação das relações generalizadoras da Matemática, com domínio de novos procedimentos de ação, cuja finalidade é a transformação do próprio sujeito.

Para contemplar a segunda parte da BOA III – aplicação em tarefas específicas – foi considerada como particularidade a apropriação do conceito de

função do primeiro grau a partir do seu modo geral. No entanto, na pesquisa ela se constitui no modo geral por se tratar de seu foco conceitual. Tal transformação do particular em geral tem seu fundamento no próprio movimento da estrutura da atividade humana. Conforme Leontiev (1978), dependendo da mudança de motivo, necessidade e fim da atividade, uma de suas ações pode se transformar em operação ou em uma atividade específica.

E, para cumprir a terceira parte da BOA III – formação da ação especial com execução da tarefa particular – foi estabelecida uma série de operações pertinentes à assimilação das ações no plano materializado.

Atendendo a todas essas características, são definidas e apresentadas as operações/situações que serão alvo de desenvolvimento na tarefa de assimilação do conceito de função afim. Inicialmente, as operações expressam o modo geral e, aos poucos, são atingidas as situações particulares em que se manifestam os índices (geral), ou traços operantes, do referido conceito.

No referente às etapas verbal e mental, não será indicada nenhuma operação/situação específica, uma vez que elas reproduzem as mesmas desenvolvidas na etapa materializada, porém no plano da linguagem e mental. No entanto, são propostas orientações de procedimentos em circunstâncias de ensino.

Dado o exposto, a pesquisa se insere no âmbito do método genético-modelador de investigação por propor “atuação simultânea como método de ensino experimental que exerce influência sobre o desenvolvimento” (DAVÍDOV, MÁRKOVA, 1987, p.326).

A ênfase, portanto, é o processo de apropriação do conceito científico com manifestações em situações particulares e cotidianas. A referência ou núcleo conceitual é a relação entre duas grandezas, que se transformam em variáveis com a noção de dependência ou independência entre ambas. Desse modo, atende o que indica a Proposta Curricular de Santa Catarina (1998) que exploração do conceito de variável contribui para o desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica.

No capítulo seguinte, farei a exposição dos principais pressupostos e conceitos da Teoria de Assimilação de Galperin, base teórica da pesquisa. Para tanto, foi subdividido em duas seções assim denominadas: Teoria das ações mentais de Galperin e As Etapas de Assimilação na Teoria de Galperin. Essa última, subdividida em cinco subseções, nomeadas pelas respectivas etapas.

3. TEORIA DA FORMAÇÃO POR ETAPAS DAS AÇÕES MENTAIS

No presente capítulo, apresentarei as bases teóricas do estudo realizado. Basicamente, a preocupação foi aprofundar ou detalhar conceitos da teoria de Galperin anunciados no capítulo anterior. Para tanto, foi dividido em duas seções: a primeira trata dos pressupostos da referida teoria; a segunda caracteriza cada uma das etapas do processo de assimilação conceitual.

3.1 A teoria de ações mentais de Galperin

A teoria de “formação das ações mentais por etapas” de Galperin é um desdobramento das bases teóricas de Vigotski e da teoria da atividade de Leontiev, dois estudiosos e precursores da Psicologia Histórico-Cultural. Entretanto, esses autores têm uma mesma matriz teórica: o materialismo histórico e dialético.

Leontiev (1978) traz o pressuposto de que no processo da evolução humana, isto é, na passagem do status biológico à história social e cultural, a atividade coletiva humana tornou-se complexa, uma vez que sua estrutura foi assumindo cada vez mais a forma mediatizada. Ou, como diz Duarte (2002, p. 285),

a indiferenciada atividade coletiva dos primitivos seres humanos foi se transformando, surgindo assim uma estrutura complexa, na qual a atividade coletiva passou a ser composta de ações individuais diferenciadas em termos de uma divisão técnica do trabalho, ou seja, uma divisão de tarefas a qual só veio a se confundir com a divisão social do trabalho num momento histórico posterior, com o surgimento da sociedade de classes e da propriedade privada.

Essa passagem da gênese histórica da estrutura mediatizada da atividade social humana trouxe desdobramentos para o processo social de desenvolvimento da consciência do homem, num contexto de contradições próprias das sociedades divididas em classes sociais com diferentes possibilidades de acesso aos bens produzidos pela humanidade, como também, pela divisão social do trabalho e da propriedade privada.

Portanto, a teoria da atividade se origina na Psicologia Histórico-Cultural, que remonta aos estudos iniciais de Vigotski, Leontiev e Luria. Esses autores

adotam como unidade de análise o sistema da atividade coletiva orientada, para o objeto, mediada por artefatos, o que se caracteriza como sendo uma relação entre o sujeito individual e a estrutura social.

É nesse contexto que P. Ya Galperin desenvolveu a Teoria da Formação por Etapas das Ações Mentais, tomando por referência suas observações críticas dos estudos que adotam o método de “cortes”, até então realizados, sobre o desenvolvimento intelectual das crianças. Sua crítica é que o referido método só constata aquilo que a criança é capaz de fazer, isto é, o que ela sabe e, desse modo, desconsidera as suas possibilidades prospectivas. Sobre o referido equívoco, Galperin (1987, p. 125) afirma: “Nós não sabíamos formar conceitos na criança, propúnhamos tarefas (que requeria a formação de um conceito) e achávamos somente aquilo que a criança sabia fazer”.

Assim também, o autor diz que essa abordagem não foi superada ao se adotar o método de “determinação da zona de desenvolvimento próximo²”. Sua explicação para tal insucesso foi de que os dados obtidos somente indicavam a trajetória do desenvolvimento intelectual, sem explicitar as suas forças motrizes. Conseqüentemente, poderiam se formular diferentes ideias a esse respeito, como: o desenvolvimento é antecedido pela aprendizagem (Vigotski); ou o desenvolvimento surge espontaneamente (Piaget).

É a partir dessa discussão que Galperin (1987) entende a importância do problema do método ao se estudar o desenvolvimento intelectual da criança, uma vez que, para tal, requer dois tipos de ações: as materiais e as mentais. Desse modo, existe uma concordância com Leontiev ao dizer:

Para compreender conceitos, generalizações, conhecimentos, a criança deve formar ações mentais adequadas. Isso supõe que tais ações se organizem de modo ativo. Inicialmente, assumem a forma de ações externas que os adultos formam na criança, e só mais tarde é que se transformam em ações mentais internas. (LEONTIEV apud NUÑEZ e PACHECO, 1991, p. 98)

O método de estudos de Galperin é chamado “Formação por Etapas das Ações Mentais”. Para tanto, explica que as ações materiais são relacionadas ao

²De acordo com Vygotski (1993, p. 239): “As divergências entre a idade mental e o nível de desenvolvimento real que se determina com ajuda das tarefas resolvidas de forma independente, e o nível que alcança a criança ao resolver as tarefas, não por sua conta, mas em colaboração, é o que determina a zona de desenvolvimento proximal.”

momento em que a criança as executam com apoio somente em objetos externos. Ela recorre a manipulações, a partir das suas características e dos estímulos externos. Porém, Rezende e Valdes (2006) alertam que esse tipo de ação possui pouca influência sobre o desenvolvimento do pensamento. Também, que ela não se forma de um modo linear, fragmentado e à margem do contexto no qual se insere, mas com base num esquema conceitual em que se articulam, concomitantemente, as características que lhes são peculiares: orientação, execução, situação-problema e contexto.

A ação mental ocorre no momento em que a criança a realiza de maneira consciente, com abstração de um conceito. Trata-se, pois, segundo Galperin (1987), de um pensamento sobre a ação em que o conteúdo sensorial inicial passa a ser algo distante. Em outras palavras, são “um reflexo psíquico dos processos materiais externos” (GALLPERIN e TALYZINA, 1967, p.273). O reflexo não significa a imagem de algo material fixado na mente, mas como dizem Rezende e Valdes (2006): na ação mental, rompe-se a dissociação entre o pensamento e a ação, que constrói uma mediação viabilizadora da potencialização e do aumento da qualidade de ambos.

A distinção dos dois tipos de ações não significa que elas se dissociam; em vez disso, se complementam. Conforme, Rezende e Valdes (2006, p. 215):

Os aspectos materiais e mentais se constituem em elementos de um mesmo e único processo, que se desenvolve no sentido de promover a transformação progressiva dos aspectos materiais em mentais, fomentando a interiorização de conceitos, inicialmente de caráter operacional para uma forma exclusivamente mental, que nunca perderá sua interligação com a prática.

Ao se considerar as ações mentais como um reflexo psíquico dos processos materiais externos, deve-se entender o processo de desenvolvimento de uma forma material externa a um novo ato mental (GALLPERIN, TALÍZINA, 1967). No entanto, numa investigação, o pesquisador não pode tratar esse processo como um simples desenvolvimento sensorial dos indivíduos com foco para a exercitação dos órgãos dos sentidos. Em vez disso, a atenção deve ser redobrada para a “assimilação da experiência sensorial social, da cultura sensorial” (GALPERIN, ZAPORÓZHETS, ELKONIN, 1987, p. 304).

A preocupação de Galperin (1987) foi justamente com a elaboração de um método que contribuísse para a compreensão da transformação de uma ação

externa em interna. Mais especificamente, o estudo da formação das ações mentais, ou seja: seus verdadeiros conteúdos, suas formas de surgimento, suas funções e mecanismos.

Diante de tamanha tarefa, Galperin apoiou-se em um fato que considerou como real, qual seja: o ensino de diferentes ações que ocorrem na escola. Parte do princípio de que elas são produzidas não pelo simples desejo de executá-las, mas, sobretudo por visarem à obtenção de um resultado. Como consequência do tipo de êxito em dadas condições, é que se avalia a capacidade dos estudantes. Por extensão, surgem duas teses: 1) a possibilidade de a ação apresentar qualidades diferentes; 2) o objetivo do processo escolar é ensinar a realização de ações, cujas propriedades são previamente determinadas.

Nesse sentido, há de se considerar que cada estudante, ao realizar uma determinada ação, pode chegar a diferentes compreensões, consequência das peculiaridades de suas capacidades ao executá-la em diversas condições. Assim, Galperin (1987) destaca que “compreensão” e “capacidades” apresentam-se como designações subjetivas e constituem duas partes da ação objetiva, isto é, da ação em que as relações conceituais são estabelecidas com mediação de objetos. A ‘compreensão’ tem um papel objetivo na ação, por isso, assume uma função orientativa que inclui o conjunto das circunstâncias, bem como o desenho, o controle e a correção do plano de execução. Tem, pois, uma instância diretiva da qual depende a qualidade da execução. Por exemplo, na escola, de acordo com Talízina (1988), a orientação da ação é o conjunto de condições concretas, necessárias para que o aluno a execute. O controle dirige o andamento da ação, por meio da comparação dos resultados dos modelos, o que subsidia a correção tanto na orientação quanto na sua execução.

Por sua vez, a ‘capacidade’ se traduz na execução propriamente dita e depende da base orientativa, porém sem reduzir-se a ela. Para Damázio, Nürnberg e Perez (2009), a execução depende da capacidade e habilidades do aluno, formadas por suas condições mentais, de acordo com as exigências colocadas na tarefa e dispostas pela orientação. Esses autores alertam que, no estado atual do processo educativo escolar, as operações mentais necessárias no desenvolvimento do pensamento de nível teórico são pouco executadas, consequência das condições da ação postas de antemão pelo professor.

No que diz respeito aos objetos da ação Talízina (1988, p. 60) conclui:

Em distintas ações do homem estas partes têm graus diferentes de complexidade, ocupam volumes distintos. Não obstante, sua presença simultânea em todas as ações é obrigatória, porque sem ele a ação não pode ser cumprida. Desta maneira, qualquer ação do homem representa uma espécie de microsistema original de direção que inclui um "organismo de direção" (a parte orientadora da ação), um "organismo de trabalho" (a parte executora da ação), um mecanismo que observa e compara (a parte de controle da ação).

Em síntese, as ações têm três funções: orientadora, executiva e de controle. Na função orientadora, apresentam-se o método, o objetivo e as especificidades do objeto para qual se voltam às ações. A função executiva produz o ato de execução das ações com base no método previamente definido e na atenção ao objetivo estabelecido para proceder à transformação do objeto em estudo. O controle ocorre com base nas informações sobre o modo do cumprimento previsto para execução, tendo também a finalidade de introduzir as correções pertinentes. Quando as atividades de ensino e aprendizagem são desenvolvidas e contemplam apenas a ação executora em detrimento da orientadora, o aluno fica a mercê de subsídios necessários para desenvolver seus próprios planos de ação.

Tendo como referência esse conjunto de teses e princípios, Galperin (1987) estabelece que o papel do ensino não seja simplesmente de formação da ação, mas também de atender a determinadas propriedades, estabelecidas previamente. Investigar esse processo se traduz em algo novo, em se tratando de método, pois em vez de estudar como acontece a transformação da ação, centra-se no entendimento e na criação das condições que assegurem a referida transformação, com a fixação antecipada das propriedades. Assim sendo, o erro cometido pelos estudantes na execução da ação é indicador da necessidade de produção de nova tarefa, qual seja: buscar o elemento orientador para que o erro não seja cometido novamente.

Como decorrência de suas investigações, Galperin (1987) estabeleceu algumas bases:

- 1) As ações se formam conjuntamente com as suas imagens sensoriais e seus conceitos que são, portanto, diferentes aspectos de um mesmo processo. Tanto os esquemas de ação quanto dos objetos se apresentam como possibilidade de substituírem-se mutuamente, de modo que algumas propriedades do objeto passem

a estabelecer os meios e cada elo pressupõe alguma especificidade das propriedades do objeto.

2) Existe, no mínimo dois planos mentais ou ideais, o intelectual e o das percepções; com possibilidade de um terceiro, o da linguagem. Porém, é destacável que a formação do plano intelectual tem por base a forma verbal da ação.

3) A transferência da ação ao plano ideal pode ocorrer em sua totalidade ou parcialmente em sua base orientadora. Nesse caso, há uma permanência do plano material da base executiva da ação.

4) A transferência da ação ao plano ideal, em sua particularidade ao intelectual, ocorre por meio das relações e nexos do conteúdo do objeto que se manifestam nas mudanças consecutivas das formas em que se realizam as ações.

5) A interiorização, isto é, a transferência da ação ao plano intelectual, caracteriza-se como apenas uma linha de suas transformações, pois outras inevitavelmente ocorrem: as modificações nas características dos elos da ação, a medida de sua diferenciação, o grau em que são assimilados, bem como, o ritmo e os indicadores de forças.

Nessa teoria, a atividade tipicamente humana de “estudo” requer um conjunto de múltiplas ações a serem cumpridas, para que o aluno adquira os conhecimentos e se desenvolva intelectualmente. Nesse sentido, Talízina (1988), que pertence ao grupo de pesquisadores de Galperin, diz que estudo é atividade caracterizada por um sistema de ações unidas por um motivo que, em seu conjunto, asseguram que o objetivo da atividade da qual fazem parte seja atingido. Para essa autora, o elo central dessa teoria é admitir a ação como unidade de qualquer atividade humana, entre elas o estudo. A sua execução pelo homem está vinculada a um objetivo que, por sua vez, emerge de uma necessidade que também é geradora de um motivo. Entretanto, na ação se “inclui um determinado conjunto de operações, que se cumprem em uma ordem determinada e em correspondência com determinada regra. O cumprimento consecutivo das operações forma o processo de cumprimento da ação”. (TALÍZINA, 1988, p. 58).

Assim, vale reafirmar a necessidade de a escola refletir sobre as ações que propõe à execução dos estudantes. Por isso, a preocupação de Galperin em organizar um sistema de ensino fundamentado em ‘etapas das ações mentais’ que proporcione à elevação do conhecimento do aprendiz ao mais alto nível intelectual da atualidade.

A teoria de Galperin consiste em encontrar a forma adequada da ação, que se caracteriza pelo nível de apropriação de conhecimento pelo aluno. Há, pois, um percurso de transformação de ação externa para ação interna, isto é, de material para a mental. Tal mudança ocorre em três níveis de ação: Material, Verbal e Mental.

Para Galperin e Talyzina (1967, p. 273-275), há diferentes modos de ocorrer um ato mental, cada qual apresenta suas propriedades características fundamentais, isto é, aquelas cujos modos são aceitos, por isso, tornam-se parâmetros. Entretanto, em todo ato mental – formação de um conceito – é caracterizado por dois “componentes constituintes”: traços operantes e propriedades operantes. Nesse sentido, em todo ato mental de um indivíduo humano são distinguidos quatro parâmetros.

O primeiro parâmetro, em ‘**nível de processo**’, em que se apresentam três níveis³: material ou materializado, palavra oral e o intelectual. No nível material ou materializado, a atenção se volta para a descrição dos traços fundamentais do objeto. O nível caracterizado pela palavra *oral*, em que as observações são explicitadas em voz alta, procedimento considerado essencial para o processo de formação de pensamento. O *intelectual*, o último nível em que o traço essencial é um ato exclusivamente mental.

O segundo parâmetro refere-se ao **grau de generalização** no qual, segundo Gallperin e Talyzina (1967), se distinguem as propriedades essenciais das não essenciais. É identificada por meio das situações em que o aluno recorre aos conceitos para aplicá-lo em conformidade com suas condições para tal. A generalização ocorre de forma correta quando o aluno consegue determinar as propriedades fundamentais do objeto conforme as orientações destacadas pela base orientadora da ação na execução da atividade.

O *terceiro parâmetro* é **grau completo** por demonstrar três possibilidades dos estudantes na realização das operações: aquelas que realizam efetivamente, ou aquelas mais simples que realmente podem executar ou, ainda, um modo mais completo de operações.

Quarto parâmetro, **grau de internalização**, também corresponde às condições psicológicas em que a ação passa a ser um “ato propriedade do

³ Uma maior caracterização desses níveis será apresentada nas páginas subsequentes.

indivíduo” em que o estudante articula várias idéias conceituais. Similarmente ao terceiro parâmetro pode acontecer um percurso marcado por pouca ou muita facilidade. Outra característica é a identificação e destaque do tipo de operação - simples ou complexas – no desenvolvimento da ação.

Para Gallperin e Talyzina (1967), todos esses parâmetros são independentes entre si. Contudo, é possível generalizá-los em um mesmo processo. Eles são necessários à formação completa de um ato mental. As atividades se traduzem na forma material ou materializada, que requerem subsídios suficientes para a transformação do conhecimento, do pensamento para um nível mais elevado. As imagens são superadas por completo pela linguagem verbal, isto é, desligam-se dos objetos materiais. É possível, portanto, converter a forma verbal externa em um ato mental interno, o aluno agora “fala para si” esse ato transformado em um pensamento verbal.

3.2 As Etapas de Assimilação na Teoria de Galperin

Nessa seção é apresentada a tradução da teoria de Galperin para o processo de organização do ensino escolar, constituída de cinco etapas: Base Orientadora da Ação, Material ou Materializada, Verbal e Mental. Também será destacada a Etapa Motivacional, aludida por Talizina (2001), como etapa zero. Para a autora, essa etapa antecede as demais.

No entanto, salienta-se que tal sistematização didática está vinculada à determinação dos tipos de atividades cognoscitiva que garantem um desenvolvimento efetivo do aluno. O princípio é de que as capacidades humanas não são exclusividade hereditária de ordem biológica, mas são determinações sociais. Ou seja, as capacidades do homem, em vez de concebida como inatas, são entendidas como adquiridas no processo de vida. De acordo com Talízina (2001), a exigência fundamental para essas atividades não é o apoio em conhecimentos particulares, mas os conhecimentos “invariantes”, isto é, aqueles que constituem a base dos conteúdos das disciplinas escolares. O estudo da Matemática requer dupla habilidade de atividade cognitiva: gerais que dizem respeito às estratégias lógicas próprias do pensamento humano; específicas que se referem aos tipos peculiares, isto é, das capacidades matemáticas, que não são adquiridas com outras disciplinas.

Reafirma-se, que durante as etapas, as ações e conhecimentos assimilados apresentam um processo de conversão gradual de ações externas ou materializadas em intelectuais, internas. Nesse caso, a ação é a “unidade que temos que utilizar para análise de qualquer processo de aprendizagem. Sem ela, é impossível construir os objetivos do ensino de maneira correta e fundamentada, nem controlar a qualidade da assimilação do conhecimento”. (TALÍZINA, 2001, p.12).

As etapas do processo de assimilação são: motivacional, formação do esquema da base orientadora da ação, formação da ação no plano material ou materializado, formação da ação como linguagem externa e, por fim, a mental.

3.2.1 Etapa motivacional

Antecipa-se que nos textos de Galperin não foi encontrada nenhuma menção a essa etapa. A referência é feita por Talízina que considera como etapa zero, uma vez que o estudante ainda não está envolvido no desenvolvimento de um conjunto de tarefas relacionado a um conceito específico a ser assimilado. O autor em referência expressa que há unanimidade, entre os professores, de que a motivação para o estudo não pode ser gerada espontaneamente, pelos alunos. Isso pode levar à rejeição pela proposta ou sua efetivação se tornaria algo mecânico. Urge, pois, que crie uma motivação entre eles. De acordo com Núñez, há dois tipos de motivações: 1) externas, isto é, que não se relacionam diretamente com o conhecimento a ser assimilado e nem à atividade de estudo; 2) internas que são peculiares ao processo cognoscitivo, de busca pelo conhecimento.

Compete ao professor observar a lei psicológica da disposição enunciada como sendo as condições efetivas do estudante no plano psicológico e fisiológico. Trata-se, pois, de uma etapa de atenção às condições reais “tanto do ponto de vista do organismo como da motivação” (NÚÑES, 2009, p. 99).

3.2.2 Etapa de formação da base orientadora da ação (BOA)

Gallperin e Talyzina (1967, p. 274) dizem que a BOA é “um fenômeno complexo que consiste em uma representação preliminar do produto do processo,

do processo mesmo, conjuntamente com um sistema de referência que permite a execução de uma tarefa”.

Para Galperin, Zaporózhets e Elkonin (1986, p. 303), a BOA é o “conjunto de circunstâncias no qual, de fato, a criança se orienta durante a execução da ação”. É uma instância diretiva e, como tal, estabelece tanto as exigências para a ação em processo de formação, quanto às propriedades correspondentes. Para esses autores, em grande medida, da correta e completa BOA é que depende o êxito da assimilação. Talízina (1988) complementa, afirmando que a Base Orientadora da Ação é um sistema de condições em que o homem se apóia ao cumprir uma ação. As ações pelas funções que cumprem estão divididas em três partes. Nunes e Pacheco (1998, p. 101) consideram a Base Orientadora da Ação como sendo “um modelo de atividade” que contempla todas as suas partes estruturais e funcionais, quais sejam: orientação, execução e controle.

A etapa de formação da BOA remete, então, a um processo de organização detalhada por parte do professor, no sentido de estabelecer um sistema de ações e suas respectivas operações, com vistas à formação do pensamento conceitual. Nesse sentido, Talízina (1988) explica que o desenvolvimento de uma ação requer um determinado conjunto de operações a serem cumpridas em determinada ordem com atendimento de condições e nexos do conceito. A execução dessas operações é condição para a realização da ação.

Por isso, de acordo com Talízina (1988), essa etapa prima pela construção correta, racional e segura das formas de orientação na execução das tarefas propostas. Nuñez e Pacheco (1997) fazem menção ao teor prospectivo dessa etapa, ao dizerem que a sua eficiência no ensino dos conceitos de determinado conteúdo, os alunos utilizaram as mesmas características da base orientadora da ação para realizar atividades de grande complexidade. O professor organiza as ações e suas respectivas operações que serão desenvolvidas, mas ainda não há execução. Porém, expressa os conhecimentos pertinentes à ação e cria condições para seu cumprimento satisfatório.

Galperin (1987) indica vários tipos de base orientadora da ação, no entanto, diz que conseguiu testar apenas quatro em seus estudos, conjuntamente com seus seguidores. Talízina (1988), ao se reportar a Galperin, apresenta oito tipos de base orientadora da ação. Para diferenciá-las, adota três características: 1) segundo o seu caráter generalizado, que pode ser concreta ou generalizada; 2)

segundo a plenitude, por ser completa ou incompleta; 3) segundo o modo de obtenção, que pode ser “elaborada independente” ou se apresenta “preparada”. O quadro, a seguir, traduz a referida caracterização dos diferentes tipos de base orientadoras da ação, conforme Talízina (1988, p. 89):

CARACTERÍSTICA			
BOA	Da base orientadora segundo seu carácter generalizado	Da base orientadora segundo a plenitude	Da base orientadora segundo o modo de obtenção
I	Concreta	Incompleta	Elaborada Independente
II	Concreta	Completa	Se da preparada
III	Generalizada	Completa	Elaborada Independente
IV	Generalizada	Completa	Se da preparada
V	Generalizada	Incompleta	Se da preparada
VI	Generalizada	Incompleta	Elaborada Independente
VII	Concreta	Completa	Elaborada Independente
VIII	Concreta	Incompleta	Se da preparada

Assim, por exemplo, a BOA III se caracteriza como:

1) Completa, ao se tratar da dimensão referente ao grau de completude. Isso requer que se estabeleça uma orientação para análise da situação que permita a diferenciação dos pontos de apoio da tarefa.

2) Generalizada (essencial), ou seja, a dimensão indicadora do grau de generalização. Nesse caso, a orientação primará, inicialmente, por combinações de relações e propriedades essenciais (índices) do conceito; posteriormente, passa a ser ponto de apoio nos índices de uma tarefa particular.

3) Independente, no que diz respeito à dimensão grau de liberdade de realização da tarefa. Como consequência da organização do ensino e da orientação, o estudante, durante o processo, adquire sua independência no desenvolvimento das operações e apropriação das ações.

A BOA I, primeiro tipo, é considerada incompleta, pois as orientações da ação são dirigidas para casos particulares. Além disso, pelo seu modo de obtenção, pelos alunos, que é pelo processo de ensaio e erro. Tais características tornam sua eficácia irrelevante, uma vez que a aprendizagem do aluno é lenta e marcada por erros. Nas palavras de Talízina (1988, p. 90): a “BOA tipo I se caracteriza por uma composição incompleta da base orientadora, os orientadores estão representados de forma particular [...]. O processo de formação da ação sobre uma base orientadora assim avança muito lentamente, com um grande número de erros.” A sua função de transmissão de conhecimento torna-se restrita e limitada, dada a sua pouca abrangência.

O segundo tipo de base orientadora da ação é aquela que fundamenta a organização do ensino tradicional. O aluno dispõe das informações básicas para a realização das ações. Como diz Talízina (1988, p. 90), a BOA tipo II:

[...] se caracteriza pela existência de todas as condições necessárias para o cumprimento de correto da ação. Pois estas condições se dão ao sujeito, primeiro de forma preparada e, segundo, em forma particular que serve para a orientação somente em um caso dado.

Tem vantagens em relação à BOA I, uma vez que a formação da ação é rápida e sem erros, pois se limita à assimilação de tarefas particulares. No entanto, apresenta efeitos não condizentes em termos de abrangência de ensino e aprendizagem. Galperin (1986) faz ressalva a esse tipo de BOA:

Mas, no ensino escolar, as tarefas em geral se reportam a uma tarefa determinada e constituem uma série mais ou menos extensa. Em relação a essa série, manifesta-se claramente a deficiência fundamental da aprendizagem conforme o segundo tipo: para cada nova tarefa, deve-se destacar novamente a base orientadora, e ela é encontrada empiricamente. (GALPERIN, 1986, p.116).

Em seu estudo, Talízina (1988) conclui que esse tipo de orientação proporciona a aquisição de habilidades que dão condições para que os alunos tenham maior independência na solução dos problemas propostos. Porém, por motivo das limitações do número de pontos de referência, ocorrem dificuldades diante de ações com novas peculiaridades.

A base orientadora do terceiro tipo, BOA III, conforme Talízina (1988, p. 90), apresenta uma completa composição, pois “os orientadores estão

representados em sua forma generalizada, característica para toda uma classe de fenômenos.” As ações inerentes a ela se caracterizam pela rapidez no processo, carência de faltas, grande estabilidade e amplitude da transferência dos nexos conceituais.

O terceiro tipo apresenta três conseqüências em relação à aprendizagem: 1) formação da análise geral; 2) aplicação em tarefa particular; 3) formação da ação especial por meio da execução da tarefa particular (GALPERIN, 1959).

Os estudantes recebem somente algumas indicações para a realização da ação de uma classe de fenômenos. As orientações levam em consideração os métodos gerais e a utilização das invariantes. Trata-se de um tipo de BOA generalizado, completo e independente. É considerada eficiente, por fazer com que o aluno avance rapidamente, cometa poucos erros e amplie a transferência para outras situações. Para Talízina (1988), “o terceiro tipo é mais produtivo”. Além disso, atende às exigências atuais da atividade humana.

Nesse sentido, Davydov (1982) diz que tal orientação está vinculada com a formação de abstrações e generalizações essenciais e à assimilação dos conceitos teóricos. A estruturação das disciplinas conforme esses dois fatores deve ser de modo que a assimilação do aspecto geral de cada uma delas seja a base do processo assimilativo das diversas particularidades. O emprego, pelos alunos, dos padrões socialmente elaborados é a condição para a formação do pensamento teórico mediatizado pela sua própria forma. Desse modo, ocorre a reprodução, desde o primeiro momento do processo educativo, das propriedades gerais dos objetos de estudo. Esse é um momento substancial da atividade mental, pelo seu caráter mediatizado. No entanto, (DAVYDOV, 1982, p. 394) diz que o “alcance desta última circunstância não se considera ainda devidamente nos trabalhos de Galperin”.

Núñez (2009) também considera que, apesar de sua importância, a BOA III se torna inviável quando se destina à resolução de tarefas de alto grau de novidade e complexidade em que a solução da ação se refere a uma orientação particular. A impossibilidade está na orientação completa para todas as tarefas por se limitar apenas a um conjunto determinado delas, com grau de generalização válido em certos limites.

O quarto tipo, BOA IV⁴, tem como particularidade, em relação a anterior, o recebimento, por parte do aluno, das orientações completas da ação, planejadas detalhadamente. Conforme Talízina (1988, p. 96), os pontos de referências ocorrem de forma generalizada, isto é, se voltam para a classe completa, em vez de casos particulares. Conseqüentemente é “suficiente para o cumprimento correto da ação em todos os casos que se referem a uma determinada classe. Por fim, a base orientadora da ação se dá em forma preparada e não separada independentemente pelo sujeito”.

Sua adoção é pertinente ao processo de formação de ações lógicas, quer dizer, como conteúdo concreto (teórico) do objeto. Pela sua orientação teórica, o aluno faz apropriações de forma independente, a partir de métodos gerais. A atividade se forma, desde o início, com alto nível de generalização, que possibilita maior abrangência de transferência. Para o êxito no cumprimento total do conjunto de tarefas é primordial que se inclua tanto o sistema de características necessárias e suficientes do conceito em estudo, quanto a regra lógica da inclusão.

Assim, o aluno se apropria da essência do conhecimento generalizado e do procedimento operacional para execução correta da atividade. As vantagens desse tipo de base orientadora são: 1) oportunidade de o aluno executar tarefas de forma independente e criativa; 2) proporciona uma visão generalizado e produtiva; 3) assimilação de um método comum por meio de casos particulares; 4) sua orientação teórica contribui para o desenvolvimento do pensamento teórico dos alunos; 5) promove adequadamente a generalização dos conteúdos; 6) erros sem exageros, transferência de conteúdos em situações novas; 7) rapidez e, conseqüentemente, economia de tempo.

Os demais tipos de BOAs, conforme Talízina (1988), apresentam apenas interesse teórico. A referência a elas são tangenciais, pois são incompletas, portanto, não são produtivas. O tipo V se diferencia do anterior, pela sua peculiaridade de colocar ao aluno um sistema insuficiente de pontos de referência para o cumprimento correto da ação, numa esfera delimitada “pelo grau de generalização dos pontos de referência separados” (TALÍZINA, 1988, p. 99). Por exemplo, quando se solicita que o aluno faça algum reconhecimento, mas a orientação é dada com omissão de pontos de referência.

⁴ Antes de apresentar as ideias centrais da BOA tipo IV, vale esclarecer que não fora encontrada nos textos que tive acesso de Galperin. Por isso, a referência foi Talízina e Núñez.

O tipo VI de BOA tem sua peculiaridade, por ser generalizada, incompleta, não se apresentar de forma preparada, mas independentemente pelo estudante. Por extensão, conduzirá a execução correta de uma determinada situação e incorreta para outras.

A BOA do tipo VII, de acordo com Talízina (1988, p. 99-100), tem “[...] como características - pelo tipo particular dos pontos de referência e a plenitude -, coincide com o segundo, porém difere do último pelo modo de obtenção da base orientadora”. É uma base adotada, por exemplo, pelos artesãos.

A autora aponta a possibilidade de um oitavo tipo de BOA em que a orientação coloca o aluno diante de um sistema particular, incompleto na forma preparada. É considerado o mais difundido no sistema de ensino tradicional.

3.2.3 Etapa de formação da ação no plano material ou materializado

A proposta de Galperin (1987) se traduz em forte contribuição para o ensino e tem seu fundamento na teoria da atividade tipicamente humana que Leontiev (1978) considera o fator determinante no processo de formação das funções psíquicas humanas, sobretudo, da consciência. Também, insere-se nos métodos ativos de ensino, concernentes à abordagem Histórico-Cultural. Tem como pressuposto de que a base da aprendizagem humana não está na simples observação ou em ouvir informação sobre o tema ou objeto de estudo. A fonte do conhecimento é ação que, ao não ser evidente, é buscada no plano material. As relações, os vínculos e os procedimentos entre os elementos que as compõem se convertem em condição necessária para a ação mental.

Assim, o ponto de partida da ação é material (relações com objetos reais) ou materializado (modelos), que se diferenciam não pelo modo operacional, mas pela forma de representação do objeto. Em sua forma material, o objeto é o próprio referente a ser estudado que, na forma materializada, é substituído por um modelo, que expresse os elementos e princípios essenciais do conceito a ser assimilado.

Gallperin e Talyzina (1967, p. 273) dizem que somente se deve recorrer à forma materializada quando “o objeto e os meios originais para percebê-los diretamente já estão ao alcance” dos indivíduos.

Entretanto, o modelo deve apresentar proximidades com o que o aluno tenha condições de observar de maneira compreensível. Ao mesmo tempo, não contenha elementos que possa desviar a atenção ou permitir a distração, isto é, primar pelo princípio da evidência. Em outras palavras, deve apresentar características abstratas e simples, peculiares ao objeto de estudo e em conformidade com a idade escolar dos alunos. Podem assumir formas diferenciadas, desde que atenda às especificidades do objeto de estudo, como por exemplo: gráficos, ilustrações, figuras, entre outros.

Nessa etapa, tanto na forma material ou materializada, o aluno – que pode estar em pares - entra em processo de execução das operações que compõem a ação, ainda no plano externo. Para tanto, é orientado e observado atentamente pelo professor para que cumpra rigorosamente o desenvolvimento de todas as operações concernentes. De acordo com Nuñez e Pacheco (1997), os objetivos voltam-se à transformação do objeto, alvo da atividade, por meio de reflexão e discussão sobre o teor conceitual, que conduz à apropriação do conhecimento no plano mental.

O aluno, ao executar as operações – manipulativas ou visuais – descobre, distingue e fixa a relação geral que caracteriza o conteúdo e a estrutura do objeto do conceito. Sua referência de apoio, além do professor, são os esquemas da Base Orientadora da Ação, contemplados nas fichas ou mapas de estudos, que também trazem: os conhecimentos, o procedimento ou composição, os mecanismos de controle, entre outras, orientações. Para Galperin (1986, p. 304):

O conhecimento sobre as coisas se forma como resultado das ações com estas coisas. As ações mesmas, à medida que se formam, se convertem em capacidade e, à medida que se automatizam, em hábitos. Por isso, o tipo de organização e a formação por etapas das ações objetivas constituem o processo central de assimilação de novos conhecimentos, capacidade e hábitos.

Galperin (1986) destaca o papel fundamental que desempenha os mapas da atividade por mudar amplamente atitude do aluno diante da tarefa. Diz que, na ausência desse instrumento, o sujeito se apresenta indiferente e passivo, o que requer estímulos externos, isto é, depende de orientações alheias. Porém, ao recebê-los torna-se ativo e se transforma em dono da situação.

Da mesma forma, Nuñez e Pacheco (1998) consideram os mapas da atividade um recurso externo importante, por propiciar a aquisição de uma bagagem

de conhecimento muito grande, além de facilitar sua compreensão e apropriação pela sua utilização. Dentre as suas características, destacam-se: eficiência ao se iniciar pela materializada; garantia do estudo compartilhado, porém sem perder a individualidade na fase seguinte; possibilidade de redução da ação com inclusão outros materiais; obtenção de um nível maior de independência, pelos alunos, por redução e eliminação.

Importa destacar que essa etapa requer um planejamento de um modo tal que instiga os alunos a extrair a essência do conceito sem imagens ilusórias, pois é início da transformação da atividade externa em interna. Como diz Galperin (1957, p.8) é o momento em que “grande parte da ação se converte em “mental” no sentido que não se realiza, mas apenas se conscientiza para executar as tarefas que serão sugeridas”.

Embora a ação seja desenvolvida em nível material ou materializada, mesmo assim prepara e conduz o aluno para a etapa subsequente, a verbal.

3.2.4 Etapa de formação da ação na linguagem externa

A linguagem segundo a teoria histórico-cultural desempenha um papel essencial no desenvolvimento das funções superiores. Segundo Vigotski (2001, p.44):

O desenvolvimento do pensamento é determinado pela linguagem, isto é, pelos instrumentos linguísticos do pensamento e pela experiência sócio-cultural da criança. O crescimento intelectual da criança depende de seu domínio dos meios sociais do pensamento, isto é, da linguagem.

A palavra é condição necessária na mediação da relação entre o homem e o mundo. É o mais complexo e completo signo com raiz social e biológica que, difere dos outros animais, permite ao indivíduo humano seu desenvolvimento psicológico. Ela é considerada elemento essencial no processo de apropriação de qualquer forma de conhecimento que inicialmente é externo – está nas relações sociais – para tornar-se individual. O conceito se forma mediante a atividade mental, porém a palavra é o meio principal para determinar os seus traços, sintetizá-los, expressá-los e abstraí-los.

Na Teoria de Galperin, a etapa de formação da ação no plano da linguagem externa, inicialmente, foi traduzida como a forma verbal da ação, isto é, expressa em voz alta, pelo estudante. Posteriormente, com o desenvolvimento de alguns estudos, Galperin passou também admitir a forma da linguagem escrita. De acordo com Nuñez (1997, p. 68):

Na etapa da linguagem externa, a linguagem se converte em portador de todo o processo: tanto da **tarefa**, como da ação pelo que o aluno deve orientar-se não só ao conteúdo do objeto, mas também a expressão verbal, evitando o formalismo das ações verbais.

A justificativa é de que a linguagem verbal externa transformada em linguagem escrita requer a explicitação da forma conceptual da ação material ou materializada e das ações mentais até então requeridas. Contudo, a linguagem escrita deve atender às características do desenvolvimento dos estudantes e suas possibilidades prospectivas.

Nessa etapa, o aluno não mais terá a sua disposição os objetos físicos. Contudo, o conteúdo conceitual será o mesmo, pois é a base para a comunicação verbal, bem como do acesso aos símbolos que o representa. Segundo Talízina (1988), a etapa verbal reflete a ação material ou materializada, sem a condição de que o estudante explique o que aprendeu. No entanto, deve demonstrar uma forma de organização de seu pensamento referente à ação em referência. Isso só é possível pelo papel fundamental da palavra e seus significados que também são instrumentos para a generalização dos primeiros detalhes visualizados e analisados durante a ação material. Galperin (1959, p. 56) argumenta que “[...] do conteúdo concreto dos objetos se separam os traços e as propriedades substanciais para a ação e que são objetos”. Além disso, o aluno, por meio das palavras, traz à tona suas limitações sensoriais, e procede a análise de forma consciente e independente do objeto de estudo.

Enfim, a etapa verbal se caracteriza como um estágio do processo de aprendizagem e desenvolvimento do pensamento de um determinado conceito, em que o aluno enuncia e explica, em voz alta ou escreve, o curso das operações adotadas e executadas para a efetivação da ação em processo de internalização.

3.2.5 Etapa Mental da Ação

Inicialmente, vale esclarecer que a expressão *ação mental* implica na relação entre dois conceitos relacionados àquelas palavras. O termo *ação* vincula-se à dimensão prática externa, no sentido de movimento físico observacional, que depende das condições materiais e objetivas, ou seja, apresenta características externas. O termo *mental* diz respeito ao movimento do pensamento numa dimensão psicológica (interna), em cuja ação entra elementos de natureza abstrata e imaterial.

Essa etapa se refere ao estágio em que a ação externa transforma-se em interna e a fala também se interioriza. Como dizem Gallperin e Talyzina (1967), o intelectual caracterizado por ato em processo exclusivamente mental. Os autores definem a etapa mental como sendo o momento em que no pensamento,

[...] o ato físico deve ser refletido integralmente em linguagem verbal (sem dependência de objetos materiais). Finalmente, deve ser possível transferir esta forma pessoal de linguagem para uma solução, mental interna sob o modo de expressão individual por si só, e o ato se torna em um pensamento verbal. (GALLPERIN e TALYZINA, 1967, p. 275).

Segundo Nuñez (2009), a linguagem interna ao se transformar em função mental interna proporciona novos meios para o pensamento. Com essa condição, o aluno se desliga da ação verbal e converte-a em mental. Também, se desvincula dos signos externos e se baseia nos recursos internos. Nuñez e Pacheco (1997, p. 70) destacam:

Substituindo as coisas reais, agora o objeto da ação assim como sua composição operacional tem caráter ideal, de imagem. A atividade mental constitui na realidade uma atividade nervosa superior, produto da interiorização de significados sociais, num processo de atividade social mediado por signos.

Quando as atividades propostas aos aprendizes passam pelas etapas da Base Orientadora da Ação, e o professor conseguiu contemplar em cada uma delas sua especificidade no desenvolvimento do conceito, os alunos por sua vez, conseguiram transformar a atividade externa em interna, ou seja, internalizaram o conhecimento. E este abandona a condição de conhecimento empírico e ascende ao nível maior de abstração tornando-se científico.

Vale destacar que a formação da atividade de acordo com essas etapas tem sua validade quando a referência são conceitos a serem apropriados, portanto, não tem razão de ser para a revisão de um conhecimento adquirido.

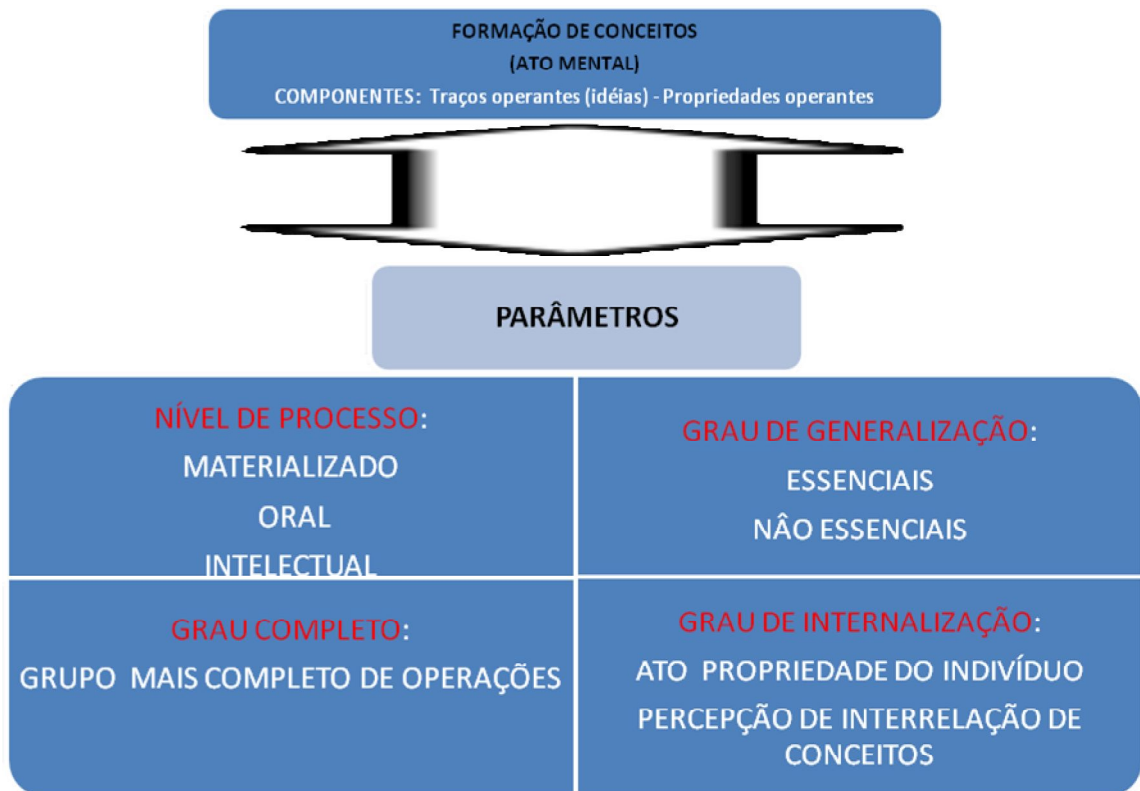
O desenvolvimento da ação de ensino por meio dessas etapas requer um posicionamento assumido a seu favor, por parte do professor. Há necessidade de compreensão da base teórica que a fundamenta para não correr o risco de concebê-las como um modismo didático. Afinal, o que está em cena é processo de internalização da atividade externa em interna em um ciclo cognoscitivo, em que são observadas etapas inter-relacionadas que, antes de serem colocadas em execução, são detalhadamente planejadas pelo professor. De acordo com Damázio (2000), foi com essa atenção que a teoria do processo de formação e apropriação de conceitos por etapas atingiu o status de expressão do desenvolvimento da pedagogia soviética. Além disso, o método de Galperin se constitui em suporte teórico para professores em processo de busca para a transformação da organização do ensino.

Gallperin e Talyzina (1967) demonstram a efetividade desse processo numa pesquisa sobre a apropriação de conceitos geometria, por parte de um grupo de estudantes do sétimo ano escolar. A conclusão foi de que os sujeitos dominaram por completo o conceito e suas inter-relações, como consequência do atendimento detalhado de todas as etapas. A manifestação de aprendizagem está nas respostas corretas aos problemas que lhes são propostos, bem como nas definições precisas. Os referidos pesquisadores alertam que a omissão de uma etapa pode ter efeitos marcantes. Por exemplo, a exclusão ou não observância das primeiras etapas, por não exigir a verbalização, impossibilita o desenvolvimento do conceito. Para Gallperin e Talyzina (1967, p. 300):

A transmissão gradual da matéria completamente detalhada (forma “materializada” do processo de pensamento) ao “puramente verbal”, e depois a etapa de “pensar em silêncio” tem o efeito de que o conteúdo e a lógica do processo de pensamento, em todas as formas, se fazem compreensíveis e acessíveis às crianças.

Os autores ainda complementam que o emprego desse método fez com que os alunos, até então desinteressados nas aulas, se envolvessem ativamente na execução das operações referentes às ações em processo de internalização.

A seguir, síntese esquemática da teoria de Galperin:



A formação de conceito – isto é, o ato mental – apresenta a interligação de dois componentes fundamentais: as ideias que caracterizam a essência do conceito, seus traços e propriedades operantes. No ato mental de um indivíduo se distingue quatro parâmetros. O primeiro, nível de processo, se apresenta em três níveis: materializado, oral e intelectual. Em outras palavras, é o movimento que transforma uma ação externa em interna. O segundo, grau de generalização, é indicador do grau de distinção das propriedades essenciais das não essenciais de um conceito. O terceiro, o ato completo, expressa o desempenho do indivíduo na realização de tarefas em sua forma mais simples ou completa. O quarto, grau de internalização, em que o indivíduo apresenta seu modo próprio de síntese conceitual ao evidenciar maior ou menor facilidade na inter-relação entre os conceitos de um determinado sistema.

Reafirma-se que, no contexto do presente estudo, o ato mental que se pretende formar refere-se ao conceito de função afim. Por isso, no capítulo a seguir, apresento as principais ideias e propriedades operantes que o caracteriza, buscada na literatura específica da Matemática.

4. FUNÇÃO: CONSIDERAÇÕES CONCEITUAIS

Apresento neste capítulo algumas considerações sobre o conceito de função polinomial. Elas foram referências para estabelecer a base orientadora do conjunto de situações/operações, foco da presente pesquisa.

Para tratar do conceito de função, Caraça (1984) recorre ao processo de constituição da própria Ciência, ambos entendidos como produção do homem em seu processo histórico de desenvolvimento. O homem, segundo Caraça (1984), na tentativa de dominar a natureza foi levado à observação e estudos dos fenômenos, como forma de descobrir as suas causas. Os estudos conscientes dos homens ao longo do tempo foram imprescindíveis e é chamado de Ciência. Esta, no entanto, se distingue do que ele denomina de conhecimento vulgar:

O conhecimento científico distinguiu-se, portanto, do conhecimento *vulgar* ou *primário*, no fato essencial seguinte: este satisfaz-se com o resultado imediato do fenômeno – uma pedra abandonada no ar, cai; uma leve pena de ave, abandonada no ar, paira ou sobe –; aquele faz a pergunta *por quê?* e procura uma resposta que dê uma explicação aceitável pelo nosso entendimento. (CARAÇA, 1984, p. 107)

A explicação dos fenômenos naturais – do mundo físico e humano, individual e social – requer, ainda segundo Caraça (1984), a análise com base em dois níveis de Exigências: de compatibilidade e de acordo com a realidade. A *Exigência de compatibilidade* se refere à obediência ao princípio da sua própria razão. A *Exigência de acordo com a realidade* diz respeito à atribuição esperada pelos homens em relação à Ciência de que ela faça a previsão dos fenômenos, condição para certo domínio sobre a Natureza. Só desse modo é possível prever os fenômenos e, se necessário, antecipar mecanismos de defesa.

De acordo com Caraça (1984, p. 108),

A Ciência deve ser considerada, acima de tudo, como um *instrumento forjado pelos homens*, instrumento ativo de *penetração no desconhecido* [...] A Ciência não tem, *nem pode ter*, como objetivo descrever a realidade *tal como ela é*. Aquilo a que ela aspira é a construir quadros racionais de *interpretação e previsão*; a legitimidade de tais quadros, dura enquanto durar o seu acordo com os resultados da observação e da experimentação.

Um conhecimento se mantém vivo até o momento em que a Ciência promova a sua substituição, dado que está em aperfeiçoamento constante, encontrando-se sempre em processo de superação ou em constante transformação. A evolução da Ciência é galgada em questionamentos; uma resposta se transforma em dúvida e, por extensão, atinge um novo conhecimento.

Caraça (1984) destaca que o homem busca a compreensão da Realidade e do Mundo em sentido mais amplo possível, com base em duas características essenciais: Interdependência e Fluência. A Interdependência se explica pela inter-relação entre todas as coisas, pela de pendência dos seres vivos entre si. A Fluência é traduzida pela constante evolução, isto é, em devir de todas as coisas do mundo. Essa relação entre coisas ocorre entre grandezas.

É nesse contexto que Caraça (1984) insere a definição de função ao dizer que ela traz uma ideia intuitiva de correspondência entre grandezas. A transformação de grandezas em variáveis surge, historicamente, na análise do processo em que elas se relacionam matematicamente e se traduz em síntese do estudo das funções.

Portanto, o conceito de função está atrelado não só ao estudo dos fenômenos, mas também às relações entre grandezas e variáveis, por extensão, ao uso de letras em Matemática. Nesse sentido, Boyer (1974, p. 223) contribui para expressar que houve uma trajetória histórica da adoção de letras em álgebra:

Desde os dias de Euclides que as letras tinham sido usadas para representar grandezas, conhecidas ou desconhecidas, e Jordanus fizera isso constantemente; mas não havia meios para distinguir grandezas supostas conhecidas das quantidades desconhecidas que devem ser achadas. Aqui Viète introduziu uma convenção tão simples quanto fecunda. Usou uma vogal para representar, em álgebra, uma quantidade suposta desconhecida, ou indeterminada, e uma consoante para representar uma grandeza ou números supostos conhecidos ou dados. Aqui encontramos, pela primeira vez na álgebra, uma distinção clara entre o importante conceito de parâmetro e a idéia de quantidade desconhecida.

Ao adotar o pressuposto, anteriormente exposto por Caraça, de que as coisas do mundo se inter-relacionam entre si, torna-se inviável estudar tudo ao mesmo tempo. Assim, qualquer investigação em Matemática e em seu ensino, é impossível abarcar os seus conceitos mesmo sabendo que se inserem num “sistema de conceitos” (Vigotski, 1993). Por isso, precisei optar por um deles, como explicado no primeiro capítulo, qual seja: Função Polinomial do Primeiro Grau. Essa opção,

como tantas que temos que fazer diante do Mundo, Caraça (1984) chama de Isolado. Para o autor, o isolado é uma seção recortada, arbitrariamente, da realidade. Adotar essa sistemática para delimitar um fenômeno a ser estudado corre-se o risco de descaracterizá-lo da totalidade de sua realidade. No entanto, o investigador deve ter bom senso para escolhê-lo de modo a contemplar todos os fatores nele dominante.

Segundo Caraça (1984), a definição de função está atrelada ao conceito de Interdependência (definida anteriormente) e de Qualidade. A Qualidade se refere ao “conjunto de relações em que um determinado ser se encontra com os outros seres dum agregado.” (CARAÇA, 1984, p.113).

Se A e B são dois componentes de um Isolado e com Interdependência entre eles, então, conforme Caraça (1984), existe uma relação que pode ser estabelecida em dois sentidos: de A (antecedente) para B (consequente), isto é, relação $A \rightarrow B$; ou de B (antecedente) para A (consequente), logo $B \rightarrow A$.

Caraça (1984) apresenta a noção de qualidade associada à noção de quantidade. Esta é o atributo da qualidade e não o objeto. Portanto, não está relacionada à quantidade numérica ou medida, mas a si mesma. Caraça (1984, p. 113) apresenta a seguinte definição de Qualidade: “Sejam A, B, ... L componentes de um isolado; ao conjunto de todas as relações $A \rightarrow B, \dots A \rightarrow L$ dá-se o nome de qualidades de A em relação a B, L.” A evidência da ligação entre os conceitos de qualidade e quantidade surge quando se apresentam novas qualidades no processo de evolução de um isolado, ou quando na sua transformação em outro com estrutura qualitativa diferente.

Outra definição que importa ao conceito de função é o de regularidade. Esta, segundo Caraça (1994), apresenta-se na evolução de um isolado e se traduz em lei natural, que pode ser de dois tipos: lei qualitativa, relacionada com a variação de qualidade e lei quantitativa de acordo com a variação de quantidade. Para o autor, a lei da função é a correspondência de dois conjuntos. A “fórmula da função” ou “lei da função” pode ser desenvolvida das seguintes formas: verbal, tabela, expressão analítica, gráfico, entre outras. Ao se determinar a “lei”, em que se estabelece a igualdade entre as variáveis x e y, atribui-se valores ao x, conforme a regra definida, e calcula-se o valor correspondente de y.

Para a noção de variável, o autor toma um conjunto qualquer A e denomina simbolicamente seus elementos de x , que representam a variável. Tratam-se, então, dos elementos de um conjunto e , nesse caso, representa o domínio da relação.

Eves (2004) traz à tona os argumentos de Newton que, em vez de variável, dava o nome de *fluente* (uma quantidade que flui) e a sua taxa de variação ele denominava de *fluxo* do fluente. Boyer (1974) também faz menção a Newton que, em 1665, pensou em taxa de variação ou fluxo de quantidades variáveis continuamente, ou fluentes. Newton chamou de “meu método” a ligação entre esses dois problemas – séries infinitas e das taxas de variação.

No entanto, interessa para o conceito de função e sua definição, a ideia de correspondência entre duas variáveis, $x \rightarrow y$. Diz-se, então, que a variável y está em função da variável x , logo simbolicamente $y = f(x)$, x , antecedente da correspondência, é chamada de variável independente e y , conseqüente da correspondência, é denominado de variável dependente.

Caraça (1984, p. 129) apresenta a seguinte definição de função:

Sejam x e y duas variáveis representativas de conjuntos de números; diz-se que y é função de x escreve-se $y = f(x)$, se entre duas variáveis existe uma correspondência unívoca no sentido $x \rightarrow y$. A x chama-se variável independente e a y variável dependente.

Eves (2004, p. 661) recorre a Lejeune Dirichlet para apresentar a definição de variáveis dependente e independente no contexto do conceito de função.

A variável x , à qual se atribuem valores a vontade, é chamada *variável independente* e a variável y , cujos valores dependem dos valores de x , é chamada *variável dependente*. Os valores possíveis que x pode assumir constituem o *campo de definição* da função e os valores assumidos por y constituem o *campo de valores* da função.

Para Boyer (1974), Newton aproximava-se bastante do sentido atual de função com a utilização dos termos “*relatia quantias*” para se designar variável dependente, e “*gentia*” para designar a quantidade obtida a partir de outras por

intermédio das quatro operações aritméticas fundamentais. Foi Newton que introduziu o termo “variável independente”.

Com a intenção de ampliar a definição de função, Lejeune Dirichlet, citado por Eves (2004, p. 661), apresenta:

Uma *variável* é um símbolo que representa um qualquer dos elementos de um conjunto de números; se duas variáveis x e y estão relacionadas de maneira que, sempre que se atribui um valor a x , corresponde automaticamente, por uma lei ou regra, um valor a y , então se diz que y é uma *função* (unívoca) de x .

Segundo Eves (2004), atribui a Leibniz o uso primeiro da palavra função, em 1694, para expressar qualquer quantidade associada a uma curva, por exemplo, as coordenadas de um ponto da curva, a inclinação de uma curva e o raio de curvatura de uma curva. Boyer (1974, p. 297) concorda com tal exclusividade ao dizer que “Leibniz não é responsável pela moderna notação para função, mas é a ele que se deve a palavra “função”, praticamente no mesmo sentido em que é usada hoje, pois se referia a quantidades que dependem de uma variável”.

Em, 1718 Johann Bernoulli, de acordo com Eves (2004, p. 660), considerou a função como uma expressão qualquer formada de alguma variável e algumas constantes. Algum tempo depois, “Euler considerou uma função como sendo uma equação ou fórmula qualquer envolvendo variáveis e constantes”.

Mas, conforme Boyer (1974, p. 326), há a hipótese de que Leonardo Euler tenha dado uma importante contribuição ao adotar a notação que atualmente é usada, $f(x)$, para uma função de x , com a seguinte definição: “Se x é uma quantidade variável, então toda a quantidade que depende de x de qualquer maneira, ou que seja determinada por aquela, chama – se função da dita variável”.

Há outros dois modos de definir função, conforme Caraça (1984): analítica e a geométrica. A primeira expressa uma lei matemática representativa de um determinado fenômeno; a segunda, definição geométrica, traduz geometricamente a função num sistema de referencial cartesiano.

A noção de função se presta para leitura matemática de situações do cotidiano. Ela é usada frequentemente para designar, conforme Caraça (1984), uma relação de dependência entre os fenômenos. No entanto, o autor estabelece diferença entre conceito de função e definição analítica. A definição analítica trata

do conjunto de operações, que permite identificar a existência de única correspondência entre os valores de x e y . O conceito de função, juntamente com a expressão analítica, estabelece a correspondência entre duas variáveis. Ao se igualar y a uma expressão analítica, explicita-se a lei da função. Caraça (1984) questiona a linguagem dos matemáticos quando dizem ou escrevem: 'seja a função $y(x)=\dots$ '. Entende que a expressão correta é: a função $y(x)$ ou $f(x)$ definida pela expressão analítica $y(x)=\dots$. Caraça (1984) chama atenção para outra particularidade do conceito de função. Trata-se de sua exposição no sistema de referência cartesiano que, além da interpretação da correspondência entre duas variáveis, também requer a sua representação. Vale dizer que o sistema cartesiano de referência é composto por duas retas perpendiculares, x (horizontal) e y (vertical), que torna possível a representação geométrica da relação entre duas variáveis. Assim, estabelece-se que sobre o eixo Ox se fixam o conjunto de números que definem o domínio da variável x e, no eixo Oy , os números correspondentes ao domínio de y .

No século XIX, a formalização de todos os diferentes ramos da Matemática tem por base a Teoria dos Conjuntos. A definição de uma função é considerada um caso especial da relação de um conjunto de pares ordenados, em que cada elemento do par pertence a um dos conjuntos relacionados.

Eves (2004) considera que a teoria dos conjuntos propiciou a ampliação do referido conceito por abranger relações entre dois conjuntos de elementos quaisquer.

Ele entende,

Trata-se de uma definição muito ampla que, ademais, não implica a necessidade de acomodar em alguma forma de expressão analítica a relação que há entre x e y , essa definição acentua a ideia de relação entre dois conjuntos de números. (EVES, 2004, p.661).

O que significa dizer: sejam a e b dois números reais um pertence ao domínio da variável x , e o outro ao domínio de y ?

A cada ponto do plano corresponde um par de números reais, e reciprocamente. Chamaremos aos números (a,b) as coordenadas cartesianas [...] a abscissa e b ordenada; ao conjunto dos eixos (sistema

cartesiano de referência), eixos coordenados Ox eixo das abscissas, ao eixo Oy , eixo das ordenadas, ao ponto O , origem das coordenadas. Sempre que quisermos indicar que o ponto M tem coordenadas (a, b) - abscissa a e ordenada b - escreveremos $M(a, b)$. (CARAÇA, 1984, p. 135)

Eves (2004, p. 661), escreve:

Assim, na teoria dos conjuntos, uma *função* f é, por definição um conjunto qualquer de pares ordenados de elementos, pares esses sujeitos à condição seguinte: se $(a_1, b_1) \in f, (a_2, b_2) \in f$ e $a_1 = a_2$, então $b_1 = b_2$. O conjunto A dos primeiros elementos dos pares ordenados chama-se *domínio* da função e conjunto B de todos os segundos elementos dos pares ordenados chama-se *imagem* da função.

Para Caraça (1984), o conceito de função também permite estabelecer as correspondências: entre as leis matemáticas e as leis geométricas, entre as expressões analíticas e os lugares geométricos. Assim, $y =$ expressão analítica é denominada de equação do lugar que lhe corresponde. A tradução de leis analíticas em leis geométricas é considerada por Caraça (1984) como o passo fundamental para a unificação da Álgebra e da Geometria, até então, campos distintos.

Essas considerações acerca do conceito de função foram referência para a elaboração do conjunto de situações/operações que levam ao processo de apropriação do conceito de função afim. No próximo capítulo, será apresentada a proposta de ensino para o referido conceito, foco da presente pesquisa.

5. PROPOSTA DE ENSINO PARA O CONCEITO DE FUNÇÃO AFIM COM BASE NA TEORIA DE GALPERIN

Nesse capítulo é apresentada com detalhe a proposta de ensino do conceito de função afim, com a compreensão de que pode ser desenvolvida nas séries finais do Ensino Fundamental. Para tanto, está organizado em cinco seções que corresponde a cada etapa da Teoria da Assimilação da Ação por Etapas de Galperin.

5.1 Etapa Motivacional

Em consonância com a própria postura de Galperin (1957) e de todo o grupo de psicólogos soviéticos, necessário se faz um estudo preliminar para conhecer as condições conceituais em que se encontram os estudantes. Os resultados é que indicarão o sistema destinado ao grupo efetivo de estudante que desenvolverão as tarefas. No entanto, o autor diz que, geralmente, há alunos com níveis diferentes de formação dos conceitos, pois alguns deles já executam mentalmente algumas ações do conceito, outros somente por raciocínio em voz alta e, também, há aqueles que se apegam a materiais disponíveis. Tais diferenciações são expressões, de certa forma naturais, de assimilação avançada no processo de ensino tradicional.

A indicação é que se faça o levantamento dos conceitos cotidianos dos alunos vinculados ao conceito de função afim para que, durante o processo de desenvolvimento da proposta, possa ascendê-los ao nível científico.

Como a preocupação desde o início é colocar o aluno diante de operações/situações que o leve a se apropriar do modo geral do conceito de função afim, nessa etapa será proposto algo referente à ideia de relação entre grandezas. Estas, segundo Davidov (1987), caracterizam todos os conceitos da matemática escolar. Para tanto, serão propostas operações que envolvam: a) medidas na reta, base para a aquisição do modo geral do conceito; b) comparação entre as grandezas de figuras, como operação prévia de uma manifestação do geral em

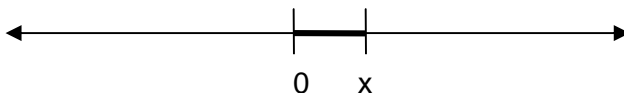
situação particular. Nesse sentido, serão apresentadas situações referentes a duas situações iniciais da etapa materializada.

5.1.1 Operação motivadora referente à etapa materializada inicial de referência

A proposição é para que os alunos façam representações de medidas genéricas na reta numérica, conforme as sugestões a seguir. Para tanto, eles serão orientados para que estabeleçam uma unidade de medida x para representar as situações ou operações de análise, a seguir definidas.

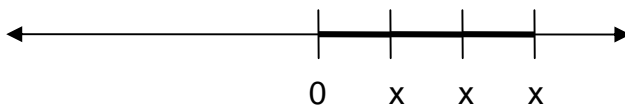
1) $1x$

De início, e sempre que necessário, é de extrema importância a participação do professor no sentido de orientar o estudante para atinja a representação esperada. Assim, $1x$ seria representado geometricamente na reta da seguinte forma:



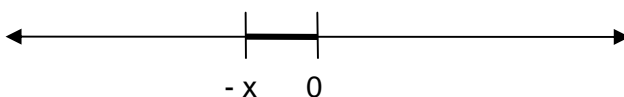
2) $3x$

Nesse caso, a representação esperada, por parte dos estudantes,:



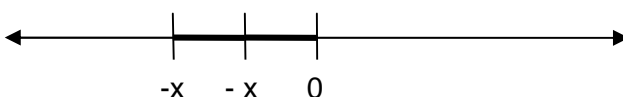
3) $-x$

Representação esperada:



4) $-2x$

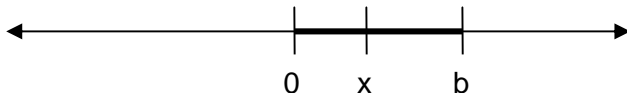
A representação correta é:



Para as representações das situações/operações de 5 a 9, a seguir, faz-se necessário que se estabeleça outra unidade de medida b (um valor constante).

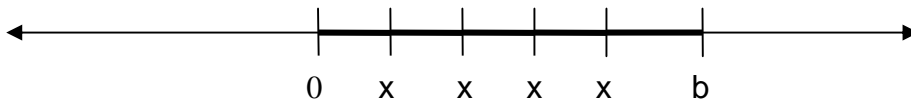
5) $x + b$, com b um valor constante.

Nesse caso, espera-se uma representação similar a que segue:



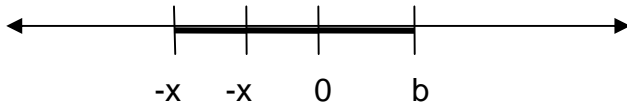
6) $4x + b$

Representação esperada:



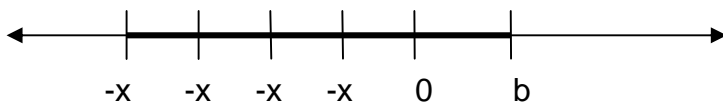
7) $-2x + b$

Representação a ser feita é do tipo:



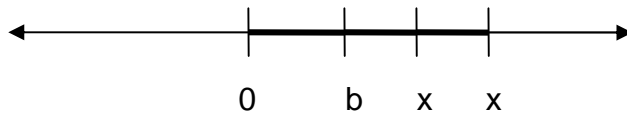
8) $-4x + b$

Com a orientação inicial do professor, os alunos podem representar na reta numérica da seguinte forma:



9) $b + 2x$

Da mesma forma que no item anterior, a representação esperada é:

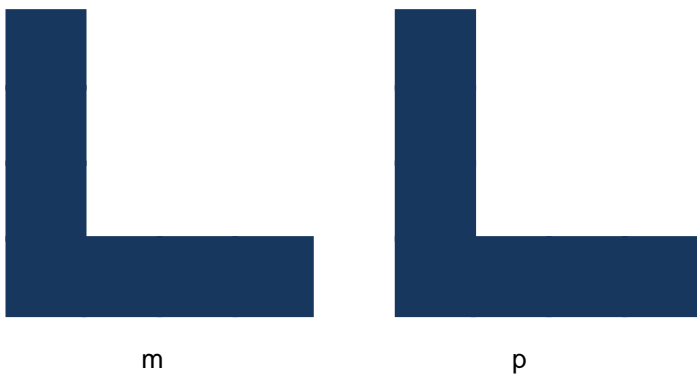


5.1.2 Operação motivadora referente à etapa materializada em sequência de figura

Os alunos receberão a indicação para que comparem as figuras **z** e **v** pelo comprimento da altura e da largura, que pode ser feito com uso da régua ou sobreposição.



Comparar as figuras **m** e **p** pelo comprimento da altura e da largura.



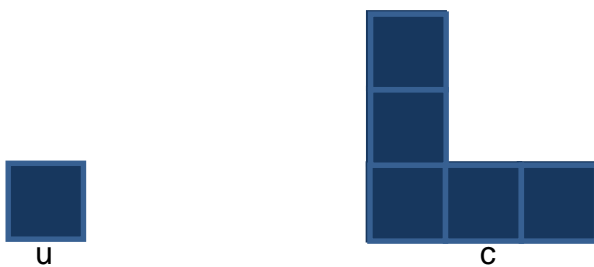
Assim, também, se proporá a comparação das figuras **n** e **s** pelo comprimento da altura e da largura.



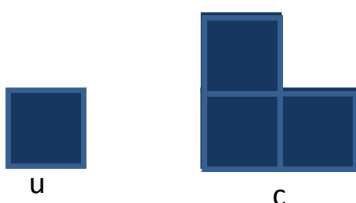
Ainda, solicitar-se-á a comparação entre as figuras **s** e **x** pelo comprimento da altura e da largura.



Em seguida, se proporá situação similar, porém com o diferencial de se adotar uma unidade de medida **u** como parâmetro para indicar quantas vezes ela cabe figura **c**. Além disso, requer uma pergunta guia: Quantas vezes **u** cabe em **c**? Resposta esperada: cinco unidades.



Outra situação similar é: Quantas unidades **u**, cabem na figura **c**? Resposta esperada: Cabem três unidades



5.2 A Base Orientadora da Ação

Como elucidado anteriormente, a Base Orientadora expressa o sistema de condições para assimilação do conceito. Para tanto, tomamos o cuidado de estabelecer com detalhes o conjunto de princípios de ordem conceitual e sua expressão nas operações sugeridas e passíveis de ser desenvolvida pelos alunos. Dentre aquelas estudadas por Galperin, aqui, a opção foi pelo tipo de BOA III por ter maior aproximação com as peculiaridades do objetivo e do objeto da ação referente à apropriação do conceito de função afim e com a característica da ordem das operações.

Reafirma-se que essa BOA se caracteriza por ser generalizada, completa e independente. Para tanto, o estudante terá a sua disposição as orientações para a realização das operações ou tarefas particulares referentes da classe de fenômenos relacionados ao conceito em estudo. Todas as orientações dão ênfase ao modo geral do conceito e seus invariantes.

A condição inicial foi determinar o sistema conceitual no qual se insere o conceito de função afim: grandeza, medida, contagem, relação, variável, reta, entre outros.

Ao se colocarem em atividade de estudo, os alunos desenvolverão tarefas particulares e peculiares ao conceito de função afim que atendem as bases, a seguir explicitadas, quanto à direção da proposta.

1) Para a operação/situação indicadora do modo geral em segmento de reta

A – De início, a operação/situação traduz o modo geral relacionada à ideia de grandeza e medida por meio de uma sequência de segmentos de reta, que traduz a ideia genérica $ax + b$, com o seguinte critério:

- a primeira sequência conduz para o valor de “a” positivo;
- expansão da sequência para atingir valores relativos (com acréscimo para “a” negativo);

B – Em seguida, conduz ao estabelecimento da relação entre a posição da sequência e a medida do segmento;

C – Posteriormente, apresenta o modelo algébrico de função $y = ax + b$;

D – Depois, direciona para a transferência e análise para situações particulares com valores de a e b (positivos, negativos, inteiros e fracionários);

E – Finalmente, propõe a representação no sistema de eixos ortogonais.

2) Para a operação/situação indicadora do modo geral em sequência de superfície geométrica

A – Inicialmente, propõe a relação entre a posição da sequência e medida da superfície;

B – Posteriormente, conduz ao modelo algébrico de função $y = ax + b$;

C – Depois, dirige para a transferência e análise para situações particulares com valor de b negativo;

D – Por último, propõe a representação no sistema de eixos ortogonais.

3) Para a operação/situação com ponto de partida o gráfico de uma função afim

A – Primeiramente, orienta para a busca dados no gráfico;

B – Depois, propõe de a formulação o modelo algébrico.

4) Para a operação/situação que tem como ponto de partida uma tabela

A – De início, a orientação é para observar os dados da tabela;

B – Em seguida, é direcionada a formulação do modelo algébrico;

C – Por fim, a condução à representação gráfica.

De forma geral, o desenho das operações na forma materializada segue a seguinte orientação:

a - Sequência com desenho ou situação problema

b - tabela

c - gráfico

No entanto, parte-se de uma delas, mas uma mesma situação se transforma nas demais, ou seja:

$a \rightarrow b \rightarrow c$

$b \rightarrow a \rightarrow c$ ou $b \rightarrow c \rightarrow a$

$$c \rightarrow a \rightarrow b \text{ ou } c \rightarrow b \rightarrow a$$

5.3 Etapa Materializada

Nessa etapa as situações apresentadas expandem aquelas propostas na etapa de motivação. Além disso, contemplam o conjunto de orientação que fora previsto na etapa anterior. O cuidado foi para partir da ideia geral de todo o conceito da Matemática: grandeza. Tal ideia deveria se manifestar na essência, o geral, do conceito de função, isto é, a relação de dependência e independência entre duas grandezas variáveis. Também, se explicitasse no caso específico da função afim em que a variável dependente se iguala n vezes a variável dependente em soma algébrica com um valor constante.

Apresentam-se, a seguir, as operações/situações que constituem o sistema de ensino proposto para a especificidade do conceito de função afim. Para anunciar e orientar a execução de cada uma delas, tomam-se por base o estudo sobre conceitos geométricos elementares de Gallperin e Talyzina, (1967, p. 278). Na etapa materializada, é conveniente que se explique ao estudante como deve usar os componentes do conceito para solucionar qualquer problema que se apresente. Além disso, é orientado para que se aplique cada componente a cada parte da matéria. Em outras palavras, transferir todas as condições de uma operação/situação para as demais.

Pode-se observar que a etapa materializada é muito importante, o que requer a presença constante do professor na orientação dos alunos em atividade de estudo com foco para o conceito de função afim. É nesse momento, segundo Gallperin e Talyzina, (1967), que se viabilizam os componentes do conceito que se expande em todas as situações/operações, bem como para as demais etapas.

5.3.1 Operação/situação materializada inicial de referência

A primeira operação, a seguir, se reveste de grande importância, pois em sua execução se explicitarão os componentes do conceito em seu modo geral, isto é, grandeza. Também, caracterizará uma regularidade da base geral do próprio conceito de função afim, concernente à variável independente, qual seja: $ax + b$. Isso

significa dizer que ainda não expressa a relação entre as variáveis dependente e independente. A partir das operação/situação 5.3.1 a 5.3.8, os estudantes desenvolverão tarefas particulares sugeridas pela BOA, relacionadas com o item 1 da página 63.

O estudante receberá a seguinte orientação:

- Estabelecer duas medidas diferentes de segmentos, denominada por letras distintas (por exemplo, x e b).

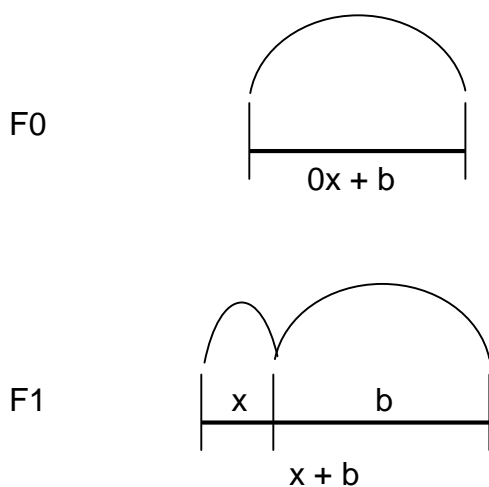


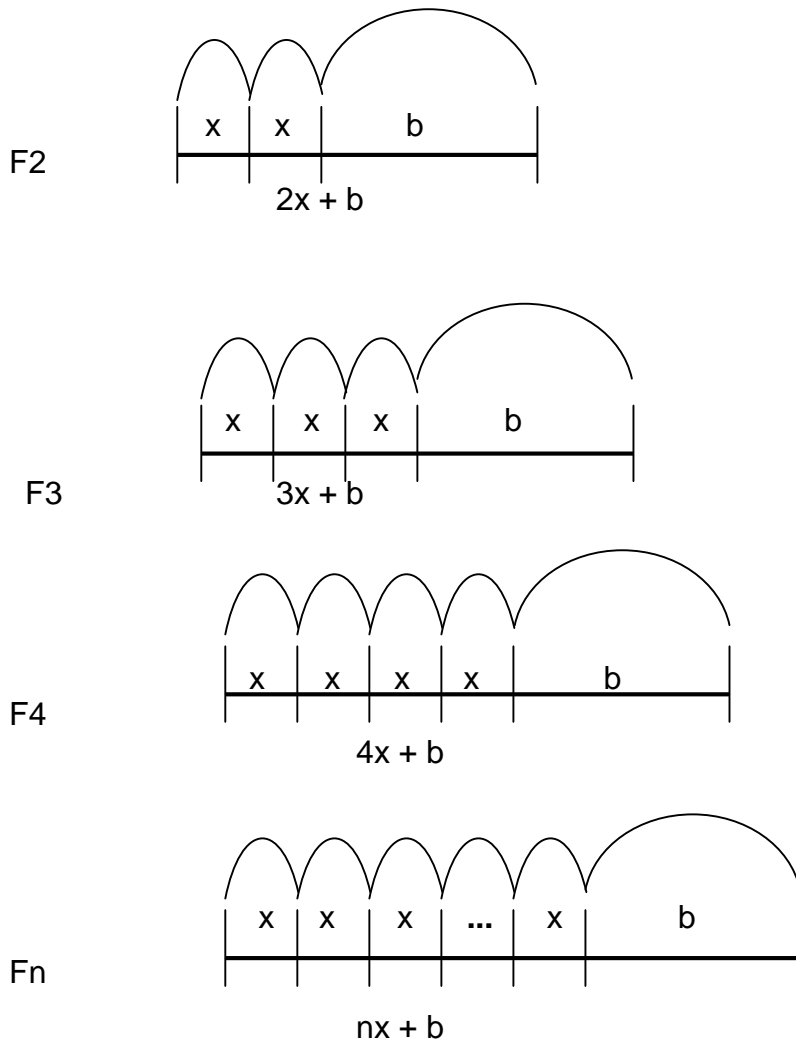
- Construir uma sequência de segmentos que expressam a soma das medidas x e b de forma que, em cada termo da sequência, a medida b permaneça constante e x se multiplique a cada termo, a partir de zero.

- O termo ou figura/segmento inicial será denominado de F0, em que ainda não aparece a medida x, mas somente a medida b.

- A partir de F0, os novos termos/segmentos serão denominados de F1, F2, F3, ..., Fn, em que o segmento correspondente indica a reprodução da unidade x acrescido do segmento de medida b.

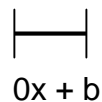
Em síntese, o objetivo é que os alunos construam a sequência a seguir representada:





5.3.2 Operação/situação materializada de expansão aos relativos

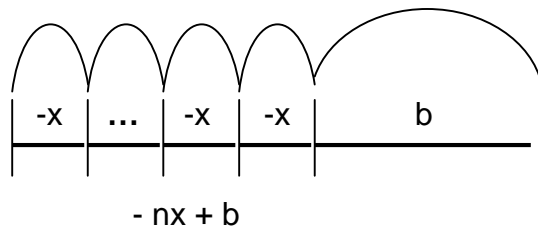
A preocupação de levar os alunos à aquisição do modo geral da função afim requer que eles estabeleçam o movimento na reta não só no seu sentido positivo, como na sequência anterior, mas também o negativo. Assim, é necessário que o professor os orientem para a continuação dos termos segmentos que antecedem ao original



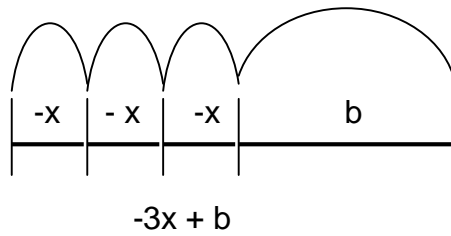
A orientação ocorrerá a partir de questionamentos dirigidos aos alunos, pelo professor, do tipo: - Qual a representação do segmento/termo que antecede o original?

Depois da representação de $-x + b$, o questionamento é: E qual antecede desse novo termo? Assim sucessivamente, até que eles percebam a tendência para a generalização $-ax + b$. Desse modo ter-se-á a seguinte representação:

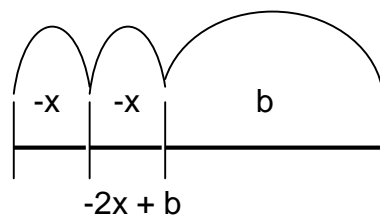
F -n



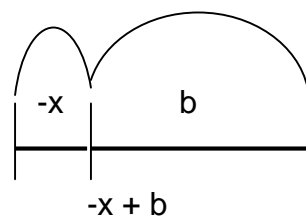
F -3



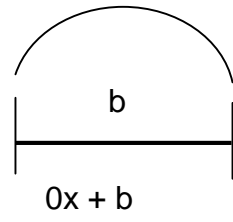
F -2



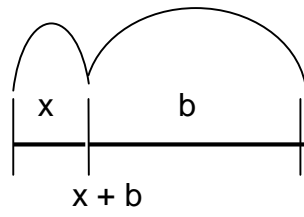
F -1



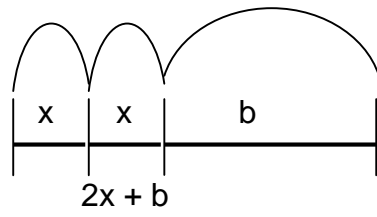
F 0



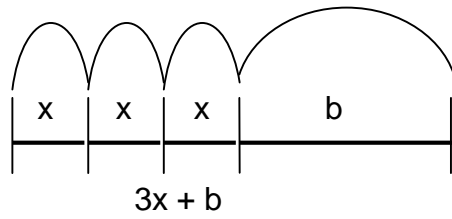
F 1



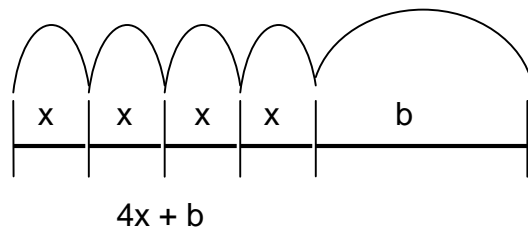
F 2



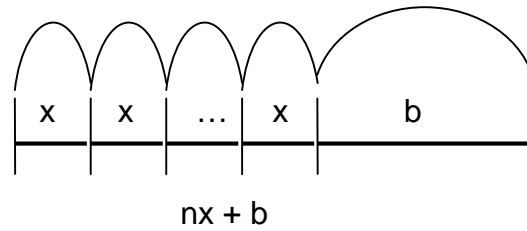
F 3



F 4



F n



5.3.3 Operação/situação de estabelecimento da relação entre a posição da figura e o segmento correspondente

A finalidade dessa operação/situação é a representação geral do modelo algébrico da função. Para tanto, é proposto ao aluno:

- observar que cada termo/segmento tem uma medida, conforme a ordem que aparece; ou seja, há uma relação entre a posição do termo e o comprimento do total do segmento,

- estabelecer a relação de igualdade entre cada F (que pode ser substituído por y).

A orientação é para que o aluno substitua a sequência anterior pela igualdade entre y e com a expressão na forma literal correspondente, em vez de segmentos. Espera-se, então, a seguinte representação:

$$y = -nx + b$$

.

.

.

$$y = -4x + b$$

$$y = -3x + b$$

$$y = -2x + b$$

$$y = -x + b$$

$$y = 0x + b$$

$$y = x + b$$

$$y = 2x + b$$

$$y = 3x + b$$

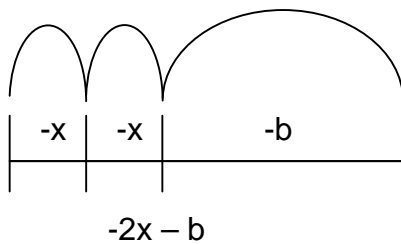
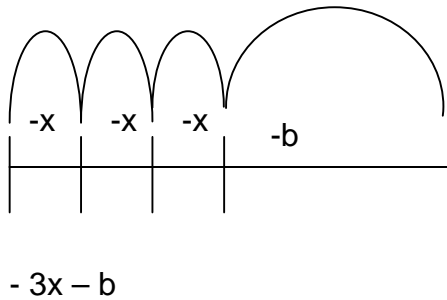
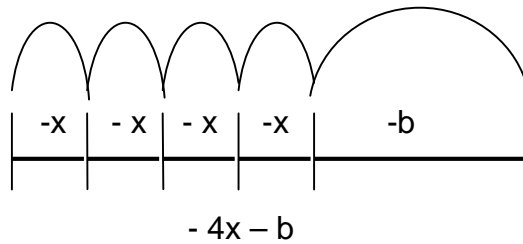
$$y = 4x + b$$

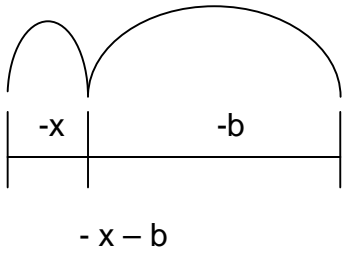
·
·
·
 $y = nx + b$

5.3.4 Operação/situação materializada da sequência inicial para b negativo (-b)

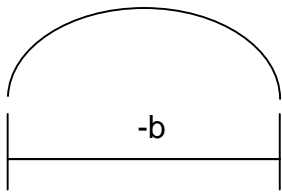
Orientação é que os alunos façam uma sequência similar àquela desenvolvida em 5.3.2, porém admitindo b como negativo, isto é, situado em sentido contrário da unidade x.

Essa sequência tem com objetivo levar os alunos ao entendimento de que o b também pode ter a função subtrativa. A representação esperada é:

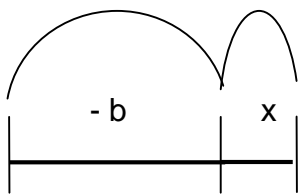




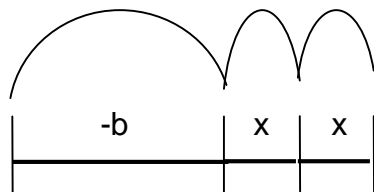
$$-x - b$$



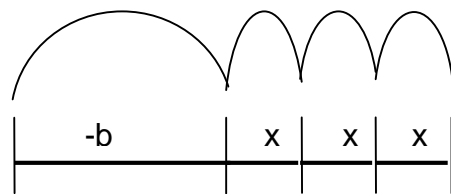
$$0x - b$$



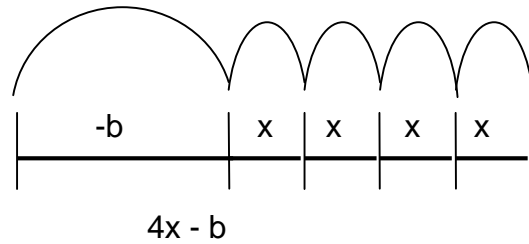
$$x - b$$



$$2x - b$$



$$3x - b$$



5.3.5 Operação/situação de estabelecimento da relação entre a posição da figura e o segmento correspondente para b negativo

Essa operação tem a mesma finalidade de 5.3.3, qual seja da representação geral do modelo algébrico da função. Por isso, atenderá as mesmas orientações para que os alunos cheguem à representação:

$$y = -4x - b$$

$$y = -3x - b$$

$$y = -2x - b$$

$$y = -x - b$$

$$y = 0x - b$$

$$y = x - b$$

$$y = 2x - b$$

$$y = 3x - b$$

$$y = 4x - b$$

.

.

.

$$y = nx - b$$

5.3.6 Representação das funções no plano

Para a representação da função afim no plano de dois eixos ortogonais x e y ou plano cartesiano também parte-se do seu modo geral, ou seja, do modelo $y = ax + b$.

O desenvolvimento dessa operação requer o conhecimento dos alunos de que dois pontos definem um segmento e, conseqüentemente, uma reta, bem como sobre a representação de pontos no plano. Assim, para a construção gráfica do modo geral da função, a orientação é para a determinação:

1) do ponto de intersecção com o eixo y, isto é, para $x = 0$;

$$y = ax + b$$

$$y = a \cdot 0 + b$$

$$y = b$$

Logo, o ponto será $(0,b)$.

2) do ponto de intersecção com o eixo x, isto é, para $y = 0$;

$$y = ax + b$$

$$0 = ax + b$$

$$-ax = b$$

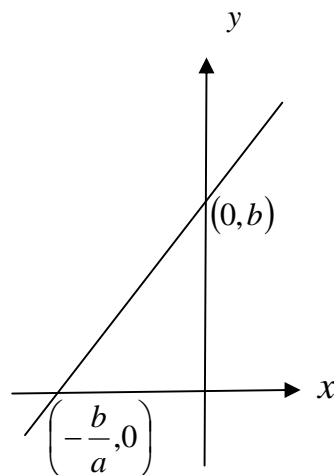
$$x = -\frac{b}{a}$$

Logo, o ponto em sua forma geral será $(-\frac{b}{a},0)$.

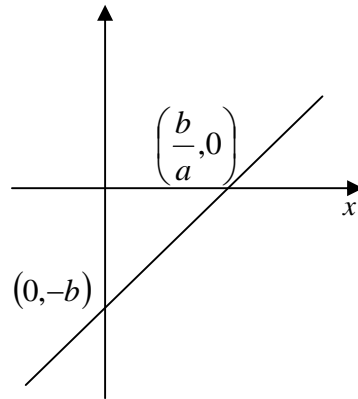
3) da reta que passa por esses pontos.

Nesse caso, é necessário que se considere as seguintes circunstâncias:

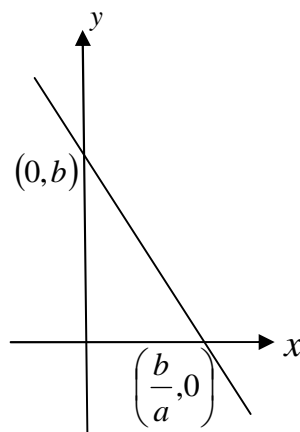
a) Para a e b positivos



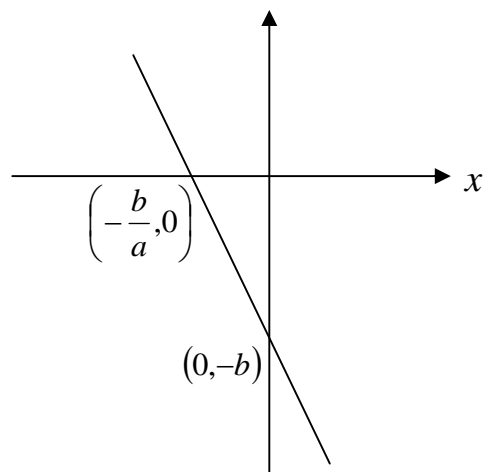
b) Para a positivo e b negativo



c) Para a negativo e b positivo



d) Para a e b negativo



5.3.7 Operação/situação de construção de gráficos de situações particulares com valores de a números inteiros e b números inteiros e fracionários

Serão apresentadas situações/operações do tipo:

- a) $y = 4x + 2$
- b) $y = 3x - 5$
- c) $y = -5x + 4$
- d) $y = -2x - 3$
- e) $y = -x + \frac{1}{4}$
- f) $y = 3x - \frac{2}{5}$

5.3.8 Operação/situação de construção de gráficos de situações particulares com valores de a números fracionários e b números inteiros e fracionários

Nesse caso, as situações/operações apresentam as seguintes características:

- a) $y = \frac{1}{4}x + 2$
- b) $y = \frac{2}{5}x - 5$
- c) $y = -\frac{5}{4}x + 4$
- d) $y = -\frac{1}{2}x - 3$
- e) $y = -\frac{4}{3}x + \frac{1}{4}$
- f) $y = \frac{3}{2}x - \frac{2}{5}$

5.3.9 Operação/situação materializada em sequência de figura ou situação do cotidiano


Na execução desse tipo de operação/situação a orientação segue o estabelecido na BOA, qual seja:

- Montar uma tabela,
- A formulação do modelo funcional ou definição analítica;
- A construção do gráfico de pontos que, nesse caso, deve-se ter atenção redobrada. Tal preocupação se justifica, pois as situações podem não abranger o

campo dos números reais. Assim sendo, só é possível a marcação de pontos no plano e perceber que estão alinhados, uma vez que não é possível traçar a reta. A partir das operação/situação 5.3.9 a 5.3.11 os estudantes desenvolverão tarefas particulares sugeridas pela BOA relacionadas com os itens 2, 3 e 4 das páginas 63 e 64.

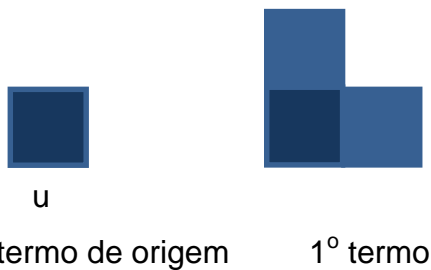
1) Sequência de figura

Um exemplo de tal operação/situação é propor que os alunos se envolvam na leitura da sequência, a seguir proposta:

- Considerar como unidade (u): 

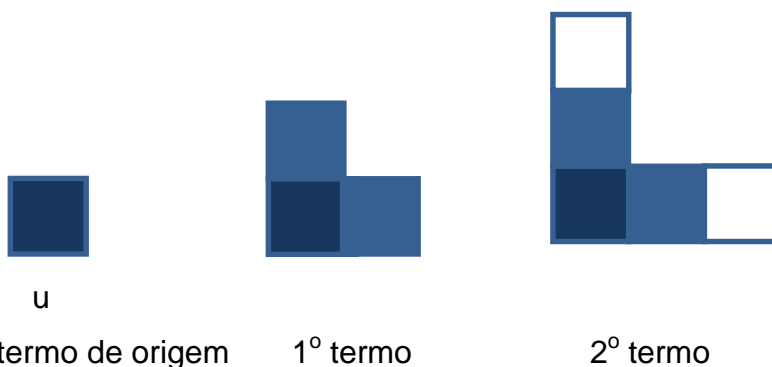
- Comparar o termo de origem (u) com o primeiro termo.

- Na figura do primeiro termo, ao termo de origem foram acrescentadas quantas vezes uma unidade?



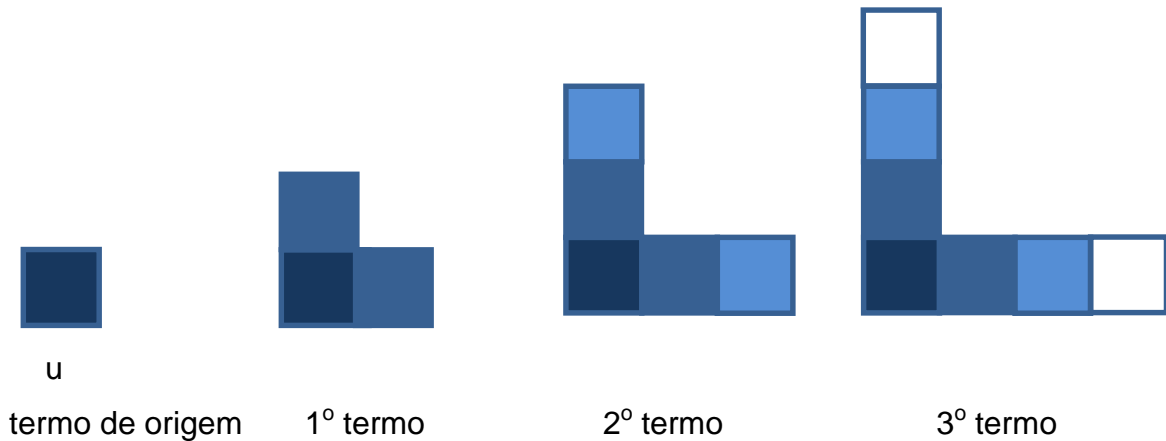
- Construir a figura do segundo termo.

- Na figura do segundo termo, ao termo de origem foram acrescentadas quantas vezes duas unidades?



- Construir a figura do terceiro termo.

- Na figura do terceiro termo, ao termo de origem foram acrescentadas quantas vezes três unidades?



- Observar a sequência e completar a tabela, a seguir, que ao ser proposto aos alunos terá apenas a primeira linha preenchida, por se constituir em uma forma de orientação.

Termo (grandeza/variável independente)	Nº de unidade (grandeza/variável dependente)	Expressão aritmética
0	1	$1 + 2 \cdot 0$
1	3	$1 + 2 \cdot 1$
2	5	$1 + 2 \cdot 2$
3	7	$1 + 2 \cdot 3$
⋮	⋮	⋮
X	Y	$1 + 2 \cdot x$
Modelo algébrico:		$y = 1 + 2 \cdot x$

- Construção do gráfico de pontos

2) Situação do cotidiano

Nesse caso, as situações também serão modeladas com referência ao geral, $y = ax + b$. Por exemplo, a situação: O grupo de estudante do oitavo ano promove uma campanha, por dois meses, de arrecadação de livros para a Biblioteca da escola. Ao receberem 8 livros, estabeleceram como meta arrecadar 3 livros por dia.

Posteriormente, os alunos produzirão:

- a montagem de uma tabela que relaciona a quantidade de dia com a quantidade de livros arrecadados,
- a formulação do modelo funcional ou definição analítica;
- a construção do gráfico de pontos.

5.3.10 Operação/situação materializada em tabela

a) Análise da tabela

Variável Dependente	Variável Independente
0	-1
1	1
2	3
3	5
⋮	⋮
x	$y = ?$

- b) Destacar as variáveis dependente e independente;
- c) Comparar operacionalmente as variáveis dependente e independente para identificar uma regularidade entre ambas;
- d) Formular a lei da função, ou seja, a definição analítica que define a relação entre as grandezas destacadas na tabela.

Essa operação abre possibilidades para os alunos adotarem estratégias diferentes.

1) Adotar o modelo geral $y = ax + b$, nele substituir dois valores de x (dentre aqueles apresentados na tabela) e os correspondentes valores de y , para formar um sistema de equação de duas incógnitas e, conseqüentemente, determinar o valor, respectivamente, de a e b para formar o modelo particular. Por exemplo, fazendo $x = 0$ e $y = -1$.

$$y = ax + b$$

$$-1 = a \cdot 0 + b$$

$$-1 = b$$

Nesse caso, como o $a = 0$, é possível determinar o valor de b imediatamente. Sendo assim, o modelo geral vai se particularizando e transforma-se em $y = ax - 1$. Ao atribuir outros valores, $x = 2$ e $y = 3$, tem-se:

$$3 = a \cdot 2 - 1$$

$$4 = 2a$$

$$a = 2$$

Desse modo, a função particular expressa na tabela é definida por

$$y = 2x - 1.$$

Caso não se tome $x = 0$, que propiciou o cálculo do valor de a na primeira substituição, então, a obtenção dos valores de a e b ocorrerá pela resolução do sistema de equação.

2) Acrescentar uma terceira coluna na tabela em que na primeira linha é colocada o modelo geral e nas demais ocorrerá a substituição dos respectivos valores de x e y . A partir da observação da sequência, formar o sistema com duas equações. Ou pode ocorrer que alguns alunos, por ação mental, reconheçam a possibilidade de valores para a e b .

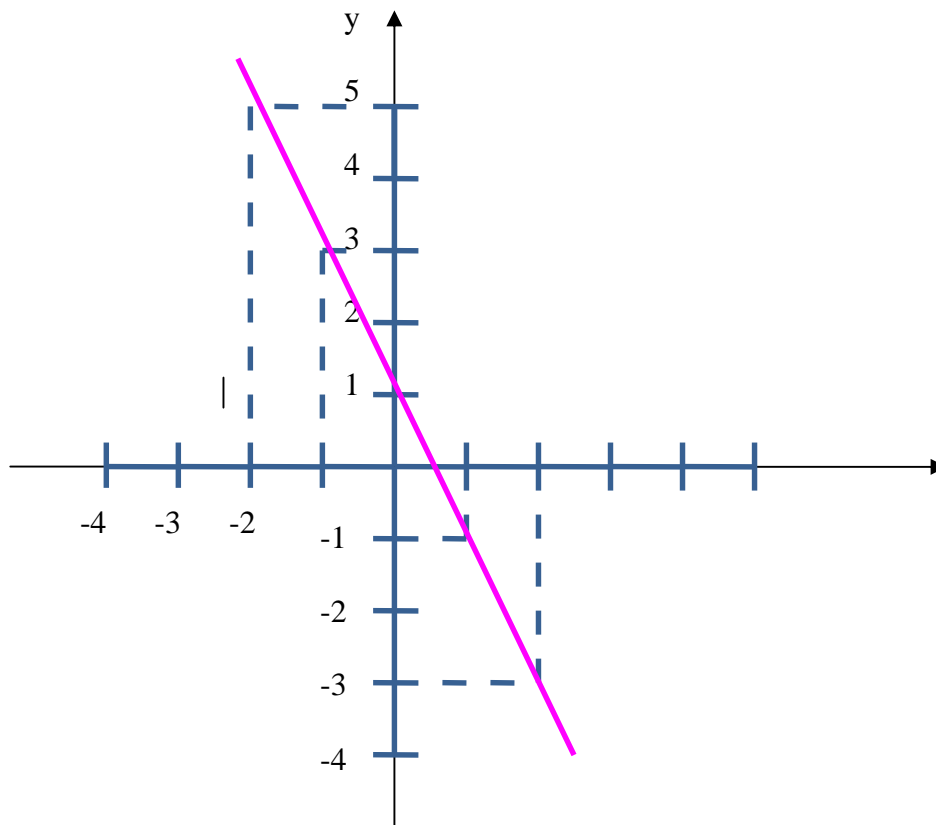
Variável Dependente	Variável Independente	$y = ax + b$
0	-1	$-1 = a \cdot 0 + b \rightarrow -1 = 0 \cdot a + b$
1	1	$1 = a \cdot 1 + b \rightarrow 1 = 1 \cdot a + b$
2	3	$3 = a \cdot 2 + b \rightarrow 3 = 2 \cdot a + b$
3	5	$5 = a \cdot 3 + b \rightarrow 5 = 3 \cdot a + b$
⋮	⋮	⋮
x	$y = ?$	$y = 2x - 1$

A partir do modo geral é possível que alunos adotem estratégias diversas para a formulação de definição ou modelo particular da situação.

5.3.11 Operação/situação materializada em gráfico

No desenvolvimento desse tipo de operação/situação, a orientação aos alunos é basicamente a adotada em 5.3.4. No entanto, é necessário, inicialmente, solicitar-lhes que observem a representação gráfica e atentar para a particularidade de que os pares definidores dos pontos, em vez de explícitos como na tabela, requerem a análise para identificá-los no plano cartesiano. Alguns questionamentos podem orientar os alunos e colocá-los em ação.

- O gráfico representa uma função do tipo $y = ax + b$?
- É possível estabelecer alguns pontos da função?
- Os pontos estão alinhados, isto é, pertencem a mesma reta?
- É possível explicitar a definição analítica que o definiu?



Os questionamentos contribuem para que os alunos, no mínimo, identifiquem os pontos $(0,1)$, $(2,-3)$, $(-1,3)$ e $(-2,5)$ e na sequência, com a adoção desses pares ordenados, eles montem as equações e cheguem ao modelo particular ou definição analítica $y = -2x + 1$.

Antes de comentar sobre as etapas subsequentes, verbal e mental, vale esclarecer que cada operação/situação apresentada anteriormente, tem sua

especificidade, por isso, logo em seguida a cada uma delas é necessário que se proponha, no mínimo, mais uma com as mesmas características. Tal situação, além de ser elemento do processo de apropriação conceitual, também se traduz em uma forma simultânea de controle e avaliação.

5.4 Etapa Verbal

Essa etapa se caracteriza pelo relato, por parte dos alunos, sem apoio de qualquer apoio material ou materializado. De início, cada estudante repete verbalmente aquilo que realizou na etapa anterior e, muitas vezes, pode chegar a se apoiar em alguma forma de representação escrita ou reporta-se a uma situação bem específica. Posteriormente, traduz somente as relações e traços operantes que permearam todas as operações/situações desenvolvidas. Durante a exposição individual é possível que os demais alunos percebam equívocos e compreensões do colega em foco ou próprias. Desse modo, ocorre um ambiente de interações salvaguardado pelo professor, que também orienta e esclarece na ação verbal.

Galperin (1957) esclarece que essa etapa tem como característica a ocorrência de três mudanças essenciais. A primeira pelo fato de a ação não se estruturar como um reflexo daquilo que fora realizado materialmente, mas como ação comunicativa própria. E, como tal, tem subordinação às exigências de compreensão e sentido específico a outras pessoas e, por extensão, como fenômeno social.

A segunda diz respeito à constituição do conceito com base na ação, o que exclui a limitação da ação com objetos ou simplesmente visual. Como diz Galperin (1957), é mais difícil para uma criança contar 100 do que 3 objetos, porém a mesma relação de dificuldade não pode ser estabelecida entre ambos os conceitos, pois é a mesma. A ação expressa na linguagem adquire, pois, uma outra natureza, o que adquire novas possibilidades.

A terceira mudança se dá pelo fato de que a assimilação verbal se submete a consecutivas reduções e se transforma em síntese, isto é, “ação por fórmula”. Esta ação só é atingida se for bem ensinada, fazendo com que o conteúdo da ação materializada só se “consciencializa” sem, no entanto, executá-la. No caso

específico do conjunto das operações/situações indicadas na seção 5.3 e suas subseções – etapa materializada da presente proposta – proporciona a produção e apropriação da fórmula geral $y = ax + b$ que se traduz em diversos modelos particulares. Isso faz com que, nessa última mudança da etapa verbal, não ocorra mais um movimento especial de operação/situação para outra.

Para chegar a tal nível não é necessário que os alunos repitam em voz alta todas as operações/situações materializadas. Por exemplo, nos experimentos de Galperin e Talyzina (1967), dos 182 problemas propostos aos sujeitos, somente 16 foram resolvidos verbalmente; a solução dos demais ocorreu em silêncio.

Portanto, a etapa verbal é caracterizada por um movimento de comunicação que se expande de um relato com base em ação materializada à síntese com teor eminentemente conceitual. Tal elaboração, como o próprio nome diz, é no plano verbal.

5.5 Etapa Mental

Propor uma orientação pormenorizada para essa etapa não é tão simples, pois depende de como os alunos desenvolveram as operações/situações nas demais etapas que a antecederam. Por isso, atarei na própria literatura de Galperin e, na medida do possível, indicar procedimentos que possam contribuir para que os alunos desenvolvam e expressem a ação mental referente ao conceito de função afim.

O início da etapa mental, de acordo com Galperin (1957), ocorre quando a ação verbal abreviada é executada “para si”. Desse modo, a tarefa de comunicação muda sua trajetória: de transmissão do pensamento elaborado entre os indivíduos passa a se constituir como processo de reflexão e um dialogar para si. Assim sendo, o pensamento se volta muito mais ao conteúdo mental do conceito do que aos aspectos sonoros da forma verbal.

Em um olhar para cada uma das etapas, é possível observar que em cada uma delas ocorre um processo de redução. Na etapa material ou materializada o seu próprio conteúdo se reduz consideravelmente, enquanto na ação verbal conduz para uma fórmula. Por sua vez, no plano mental diminui o aspecto verbal da

fórmula, uma vez que a ação intelectual se traduz em “pensamento puro”, acompanhado da consciência de seu sentido.

No transcorrer das demais etapas antecedentes, os alunos criam formas próprias de desenvolvimento e memória sobre o conceito, consequência da necessidade de transferência para os demais do sistema em desenvolvimento. Isso ocorre porque a ideia central ou geral permanece em cada operação/situação desenvolvida pelos alunos. Não há, pois, uma memorização mecânica nem mesmo da forma materializada. A “aprendizagem da memória ocorre por conta própria, durante o processo de estudo” (GALLPERIN e TALYZINA, 1967, p. 299).

Na etapa mental, portanto, os alunos traduzem as relações entre as grandezas variáveis em objeto de investigação para estabelecer: 1) a lei da função quando a situação apresentada diz respeito a um problema cotidiano, tabela ou gráfico; 2) a tradução, em gráfico ou tabela, se é dada a lei na forma algébrica. Além disso, a um olhar atilado para outros componentes conceituais, como: a identificação das diferentes abrangências do domínio da função que pode ser: restrita a um campo numérico ao se tratar de análise de situações cotidianas; e generalizável aos números reais, quando uma operação tem como base a definição geral ou sua representação gráfica no plano cartesiano. Além disso, o pensamento do estudante se elabora de uma forma tal que estabelece a relação do significado de cada termo do modelo geral, ou seja, quanto ao valor relativo dos coeficientes a e b de $y = ax + b$.

A preocupação nessa proposição de organização do ensino de função afim primou pela tradução do movimento do seu modo geral ao particular, desde a etapa da motivação, garantida na estruturada na base orientadora da ação e se configura em cada operação/situação da etapa materializada que, por sua vez, se traduz tanto na etapa verbal quanto na mental. Ao seguir tal orientação, as possibilidades de desenvolvimento do pensamento conceitual são promissoras. Para tanto, alerta-se para necessidades que se apresentarão no desenvolvimento de cada operação/situação, o que pode exigir a elaboração de novos procedimentos e novas orientações por parte do professor.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao finalizar este trabalho parece-me importante expressar o sentimento que se apresentou no momento, pois normalmente nesta etapa, o pesquisador convive com a sensação predominante de conclusão e, secundariamente, a possibilidade de continuidade. Para mim, essa diferença não existe, pois encerro a dissertação com o entendimento de que elaborar uma proposição de ensino, mesmo que seja para um conceito matemático, está sempre em processo de construção. O estudo acena para no mínimo três possibilidades. A primeira é o aprofundamento e melhor detalhamento das operações/situações propostas, bem como as orientações de execução, controle e avaliação em cada uma das etapas estabelecidas por Galperin. A segunda é o seu desenvolvimento em situação escolar com alunos da Educação Básica. A terceira possibilidade é expansão para outros conceitos e níveis de ensino.

Isso significa dizer que, simultaneamente, trouxe a mim a expectativa de continuidade e de produção de resposta à sua pergunta científica, o que me exigiu dedicação galgada em dúvidas e alentos obtidos no próprio referencial teórico. Enfim, a atenção se voltou para atingir o objetivo: elaborar a tarefa de assimilação do conceito de função afim com base na teoria de Galperin.

Para tanto, não perdi de vista o parâmetro que me motivou a opção por tal objeto de estudo, ou seja, a análise da minha prática docente. Assim, durante o planejamento de cada operação/situação percebia diferenças significativas em relação àquelas que encontro em livros didáticos. Isso requereu desprendimento de esforços pela necessidade de contemplar os pressupostos não só da Teoria da Formação por Etapas das Ações Mentais (GALPERIN) como da Teoria Histórico-Cultural como um todo.

Foi instigante o estudo de cada uma das etapas do método de Galperin: Base Orientadora da Ação, Material ou Materializada, Verbal e Mental, precedidas pelo que Talízina (1988) denomina de Etapa Zero, a Motivacional. Não menos profícuo foi contemplá-las na elaboração das operações/situações do ensino do conceito de função afim.

No entanto, essas etapas não são estagnadas e apresentam o início e um determinado caminho por fronteiras intransponíveis. A Etapa Motivacional diz respeito a momentos rápidos que antecedem a introdução de um conceito e início de uma aula em que se apresenta aos alunos: uma história ilustrativa, uma música para relaxar, dados biográficos de um matemático, uma curiosidade, dinâmicas de grupo. Ou seja, algo que, muitas vezes, não tem ligações imediatas com o sistema conceitual em desenvolvimento.

As alternativas anteriormente apontadas se constituem em possibilidades motivadoras desde que tenham um teor conceitual e levem o aluno a sentir necessidade de se colocar em ação investigativa. Como mencionado no decorrer da dissertação, ao ensino escolar compete introduzir o aluno na atividade de estudo. É nesse contexto que se apresenta a motivação como etapa do processo de apropriação conceitual, ou como diz Gallperin e Talyzina (1967), de transformação da ação material ou materializada em mental. Se é a sociedade que determina o conteúdo e a motivação da vida dos indivíduos – uma vez que todas as atividades aparecem como elementos da cultura humana – então, a tradução dessa motivação para as ações peculiares do processo de apropriação conceitual torna-se indispensável no momento da organização do ensino. Afinal, ela se insere no âmbito de toda atividade humana, que se traduz em uma possibilidade de se expandir a todas as etapas da assimilação de uma ação conceitual particular. Além disso, não é somente esse caráter geral que a torna constituinte de todo processo; se assim fosse, não teria razão de ser aquele momento inicial em que ela é o próprio foco. As operações específicas, ali desenvolvidas, são apropriadas pelos alunos, o que acabam por tornar-se elementos constituintes dos sujeitos.

Assim como a motivação, as demais etapas – material ou materializada, verbal e mental – também não são instâncias isoladas. Elas têm especificidades e centralidade, tanto que no momento do processo destinado a cada uma delas, desenvolve-se um conjunto de operações. Estas são retomadas como objeto para uma nova análise no movimento dos quatro parâmetros do ato mental - nível de processo, grau de generalização, o ato completo, grau de internalização – como forma de interligação dos dois componentes do ato mental: os traços essenciais e as propriedades operantes do conceito.

Essa articulação entre cada uma das etapas requer que suas operações sejam detalhadamente planejadas. Isso significa dizer que trata de um modo de

organizar o ensino de Matemática que exija do professor a superação da concepção de “preparar uma aula” referente a um conteúdo curricular tendo como referência o livro didático.

Há, pois, um modo geral de pensar o ensino, as etapas de assimilação, que se expressam em situações particulares, isto é, no ensino de cada sistema conceitual ou de um conceito. O foco central não é a organização de uma aula de Matemática, mas do seu ensino como um todo. Porém, é base para direcionar a idealização do conjunto de operações a executar no processo de transformação da ação peculiar de um determinado conceito, como por exemplo, função afim, referência da presente dissertação.

A proposta teórica de Galperin traz implicitamente uma espécie de convite ao professor ou exigência de sua disposição para que, na organização do ensino de cada conceito ou sistema conceitual, ele busque a essência, isto é, a ideia central caracterizadora – traço operante – de cada um deles, bem como das propriedades operantes que, além das peculiaridades traz a articulação com outros conceitos do sistema. Essa busca, necessariamente, requer como fonte bibliográfica, os livros e artigos científicos sobre os fundamentos, história, filosofia e epistemologia da Matemática. O livro didático, como se apresenta hoje, transforma-se de principal norteador da atividade de ensino e de estudo em recurso complementar, que contribui na formulação de algumas operações concernentes ao processo de apropriação da ação de um conceito específico.

A articulação da essência conceitual com a ideia geral da matemática - as grandezas - se constitui em elemento fundamental na etapa da Base Orientadora da Ação, pois é a referência para a elaboração do conjunto de operações a serem desenvolvidas pelos alunos, tanto em nível de direção quanto de controle e de avaliação.

A Base Orientadora da Ação ao contemplar a tradução da ideia geral da matemática nas especificidades conceituais organizará o ensino de forma tal que os alunos, nas etapas subsequentes (matéria ou materializada, verbal e mental), se apropriem da ação e elaborem o pensamento conceitual. Nesse sentido, vale trazer à tona o estudo de Galperin e Talyzina (1967) em que os estudantes dominam por completo o conceito matemático em foco no experimento ao serem observadas todas as etapas. Eles atribuem respostas corretas aos problemas propostos, bem como apresentam definições precisas. No entanto, os efeitos podem ser marcantes

ao se desconsiderar uma das etapas. Assim, por exemplo, é impossível o desenvolvimento do pensamento em nível de conceito teórico ao não desenvolver operações concernentes à etapa que antecede a verbalização. Nas palavras dos autores:

A transmissão gradual da matéria completamente detalhada (forma “materializada” do processo de pensamento) ao “puramente verbal”, e depois a etapa de “pensar em silêncio” tem o efeito de que o conteúdo e a lógica do processo de pensamento, em todas as formas, se fazem compreensíveis e acessíveis às crianças. (GALLPERIN e TALYZINA, 1967, p. 300).

O método de Galperin abre a possibilidade teórica para a organização do ensino, uma vez que seu próprio experimento e de seus continuadores, com base científica, mostram que os alunos, até então desinteressados nas aulas de matemática, envolvem-se ativamente na atividade de estudo.

Essa síntese sobre o movimento das etapas – que inicia com a motivação, passa pela atribuição do professor de estabelecer e desenhar detalhadamente a organização da ação (BOA), em seguida colocar o aluno em desenvolvimento de operações/situações nos três níveis (materializado, verbal e mental) – é uma forma expressar que o objetivo a que me propus com o presente estudo foi atingido. Também, traduz-se em a resposta à pergunta de pesquisa que explico novamente: Quais as operações necessárias para o desenvolvimento das ações materializada, verbal e mental da tarefa de assimilação do conceito de função afim?

Reafirma-se que as primeiras operações/situações a serem desenvolvidas em situação de ensino (para o professor) e estudo (para o aluno) orientam para a apropriação do modo geral, isto é, da essência do conceito. Isso porque trazem a ideia geral caracterizadora da Matemática, grandeza, que se objetiva no próprio modelo geral da função afim. Tal essencialidade permeia todas as demais operações/situações que se confluem entre análise de situações do cotidiano, sequência de figuras, tabelas e gráficos. Cada uma delas é base para a transformação na outra, com a mediação do próprio sistema conceitual e do modo geral $y = ax + b$. No entanto, este não se apresentou pronto, em forma de definição a ser memorizada, mas produzido/apropriado no ir e vir entre as operações/situações.

Nesse movimento, o geral traz o nexos que se expressa nas operações/situações particulares, bem como, evidencia suas singularidades em decorrência dos campos numéricos nos quais se inserem os valores de a e b . Por extensão, traz à tona os limites dos modelos particulares, o que requer a definição do domínio da função.

Então, vale expressar o sentimento em relação a essa proposta. Como professora de Matemática pude perceber que as propostas dos livros didáticos para o ensino do conceito, por mais que se autodenominam de inovadoras, apresentam a mesma essência. Tal afirmação se justifica pela observação de que eles apresentam o mesmo teor que se caracteriza pela análise ou resolução de situações particulares. Alguns apresentam situações-problemas depois a definição analítica $f(x) = ax+b$. Outros, por sua vez, apresentam diretamente a definição analítica. Nenhuma bibliografia observada escapa a tal “padrao” estabelecido.

Por isso, considero a proposta apresentada nessa dissertação como desafiadora e com certo ineditismo. No entanto, reafirmo que o conjunto das operações/situações propostas não pode ser entendido como completo e um processo infalível de apropriação do conceito de função afim. A consciência é de que se trata de algo que precisa ser avaliado de forma científica. Sendo assim, pode se tornar em objeto de investigação em futuro estudo.

Portanto, para desenvolver o ensino de função afim com base na Teoria da Formação por Etapas das Ações Mentais, o professor precisa estar preparado teoricamente. Além disso, observar ações adequadas que possam contribuir para a assimilação do conceito, pelos estudantes.

7. REFERÊNCIAS

- BARKER, Stephen F. **Filosofia da Matemática**. Rio de Janeiro: Zahar, 1970.
- BOYER, Carl Benjamin. **História da matemática**. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.
- CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Lisboa, 1984.
- CARDOSO, Eloir de Fátima Mondardo. **A prática pedagógica: percepções de professores de matemática e dirigentes da educação**. 2007. 128 fls. Dissertação (Mestrado em Educação) Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma / SC.
- DAMAZIO, A; PERES, E. S.; NURNBERG J. CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DE AÇÕES MENTAIS DE GALPERIN À PRÁTICA PEDAGÓGICA. In:, 2009, Torres. **Anais do III Simpósio e VI Fórum Nacional de Educação**. Torres: ULBRA, 2009.
- _____. **O Desenvolvimento de Conceitos Matemáticos no Contexto do Processo Extrativo do Carvão**. Florianópolis: UFSC, 2000. Tese (Doutorado).
- DAVYDOV, V. V. **Tipos de generalización en la enseñanza**. 3ª ed. Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1982. 485p
- _____. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico**: investigación teórica y experimental. Moscu: Editorial Progreso, 1988.
- _____.; MARKOVA, A. La concepcion de la actividad de estudio de los escolares. In: DAVIDOV, V.; SHUARE, M. **La psicología evolutiva y pedagógica en la URSS**: antología. Moscú: Editorial Progreso, 1987. p. 316-33
- _____. Análisis de los principios didácticos de la escuela tradicional y posibles principios de enseñanza en el futuro próximo. In: **La psicología Evolutiva y pedagógica em la URSS**. Moscú, Progreso. 1987 p. 143-155.
- DUARTE, Newton. A teoria da atividade como uma abordagem para a pesquisa em educação. **PERSPECTIVA**, Florianópolis, v. 20, n. 02, p.279-301, jul./dez. 2002.
- EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Campinas: Unicamp, 2004.
- FIORENTINI, Dario. Alguns Modos de Ver e Conceber o Ensino de Matemática no Brasil. **Zetetiké**. Campinas: UNICAMP, ano 3, n.4, 1-36, 1995.
- FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados, 2007.

GALLPERIN, P. YA; TALYZINA, N. F. La formación de conceptos geométricos elementales y su dependência sobre la participación dirigida de los alumnos. In: **Psicología Soviética Contemporánea**. Instituto Del Libro, 1967, p. 273-302.

_____. Sobre la formación de las imágenes sensoriales y de los conceptos. **Colección de materiales de conferencias sobre Psicología**. Moscú, 1957a.

_____. Sobre la formación de los conceptos y de las acciones mentales. **Boletín de La Universidad Estatal de Moscú**, No. 4, 1957.

_____. Tipos de orientación y tipos de formación de acciones y de los conceptos. **Informe de la Academia de Ciencias Pedagógicas de la RSFSR**. Moscú, n. 2, 1959.

_____, P. Ya. Sobre el método de formación por etapas de las acciones intelectuales. In ILIASOV, I. I.; LIAUDIS, V. Ya. **Antología de la psicología pedagógica y de las edades**. La Habana: Pueblo y Educación, 1986a. p. 114-118

_____. Sobre la investigación del desarrollo intelectual Del niño. In. **La psicología evolutiva y pedagógica en la URSS**. Editorial Progreso, Moscú, 1987, p. 125-143.

_____; ZAPORÓZHETS, A. e ELKONIN, D. Los problemas de la formación de conocimientos y capacidades em los escolares y los nuevos métodos de enseñanza en la escuela. In: **La psicología evolutiva y pedagógica en la URSS**. Editorial Progreso, Moscú, 1987, p. 300-313.

KORNER, Stephani. **Uma introdução a filosofia matemática**. Rio de Janeiro. Zahar, 1985.

LEONTIEV, A. **Actividad, conciencia e personalidad**. Havana: Editorial Pueblo y Educación, 1983.

_____. **O Desenvolvimento do Psiquismo**. Lisboa: Livros Horizonte. 1978.

MOYSÉS, Lucia. **Aplicações de Vygotsky à educação matemática**. Campinas: Papyrus, 1997.

NÚÑEZ, B. I; PACHECO, G. O. Formação de conceitos segundo a teoria de assimilação de Galperin. In: **Caderno de Pesquisa**, Natal, n 105, p. 92-109, nov. 1998.

_____. **La formación de conceptos científicos: una perspectiva desde a teoria de La actividades**. Natal: EUFRN, 1997.

_____. **Vygotsky, Leontiev e Galperin: formação de conceitos e princípios didáticos**. Brasília, GO: Liber Livro, 2009.

REZENDE, Alexandre; VALDES, Hiram. Galperin: implicações educacionais da teoria de formação das ações mentais por estágios. In: **Educação & Sociedade**, Campinas, v. 27, n. 97, p. 1205-1232, set/dez. 2006.

RIBEIRO, Flávia Dias. **A aprendizagem da docência na Prática de Ensino e no Estágio: contribuições da teoria da atividade**. 2011. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo / SP.

SANTA CATARINA, Secretaria de Estado da Educação e do Desporto. **Proposta Curricular: Disciplinas Curriculares**. 1998.

TALIZINA, N. F. **Conferencias sobre fundamentos psicológicos del proceso docente**. Universidad de La Habana, 1984.

_____. **La formación de las habilidades del pensamiento matemático**. Facultad de Psicología de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí. S.L.P., México, 2001.

_____. **Psicología de La Enseñanza**. Moscu: Editorial Progreso, 1988.

TRIVIÑOS, Augusto Nivaldo Silva. **Introdução à Pesquisa em Ciências Sociais: a pesquisa qualitativa em educação**. São Paulo: Atlas, 1987.

USISKIN, Zalman. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações de variáveis. IN: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Albert P. (Organizadores). Tradução de Hygino H. Domingues. **As ideias da Álgebra**. São Paulo: Atual, 1994.

VIGOTSKI, L. S. **A construção do pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

_____. **Obras Escogidas II**: Incluye Pensamiento y Lenguaje, Conferencias sobre Psicología. Madrid: Visor Distribuciones, 1993.

_____. **Obras Escogidas IV**. Madrid: Visor Distribuciones, 1995.

_____. Lev Semenovitch. **Obras escogidas, IV**: Psicología infantil. Madrid: Visor, 1996.